

# PID制御によるヘリコプタの非干渉化制御

2007MI107 小出 智司

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

多入力多出力系では、1入力1出力系とは違い、ほとんどの場合に、操作量と制御量の間相互干渉がある。そこで、相互干渉が強い場合には、干渉を打ち消す機能を付け加える必要がある。

本研究では、2自由度ヘリコプタを用い、2つのプロペラから発生する相互干渉を打ち消す機能を付け加えた場合と、付け加えていない場合との比較を行う。制御手法は非干渉化を目的としたPID制御を適用する。[2]

## 2 制御対象

本研究で使用する2自由度ヘリコプタは、2つのプロペラをもっており、前のプロペラはピッチ軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する。後ろのプロペラはヨー軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタの左右の運動を制御する。

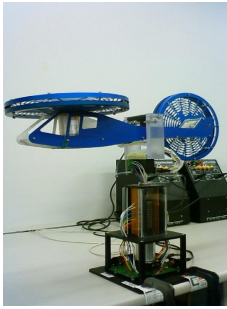


図1 2自由度ヘリコプタ

## 3 モデリング

2自由度ヘリコプタシステムの非線形運動方程式を、オイラー・ラグランジュ方程式を用いて導く。これらの方程式を平衡点 ( $\theta = 0, \psi = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{\psi} = 0$ ) で線形化すると、以下の式が得られる。

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} - B_p\dot{\theta} - m_{heli}gl_{cm}}{J_{eq,p} + (m_{heli}l_{cm})^2} \quad (1)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{K_{yy}V_{m,y} + K_{yp}V_{m,p} - B_y\dot{\psi}}{J_{eq,p} + (m_{heli}l_{cm})^2} \quad (2)$$

( $\theta$ [rad]:ピッチ角  $\psi$ [rad]:ヨー角,  $B$ [N/V]:等価粘性減衰,  $K$ [Nm/V]:推進トルク定数,  $V$ [V]:プロペラにかかる電圧,  $J$ [kgm<sup>2</sup>]:慣性モーメント,  $m$ [kg]:ヘリコプタの質量,  $l_{cm}$ [m]:ピッチ軸から重心までの距離)

入力から出力への伝達関数は以下の式となる。[1]

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2.361}{s^2+9.26s} & \frac{0.0781}{s^2+9.26s} \\ \frac{0.2402}{s^2+3.487s} & \frac{0.7895}{s^2+3.487s} \end{bmatrix} \quad (3)$$

## 4 制御系設計

### 4.1 非干渉化

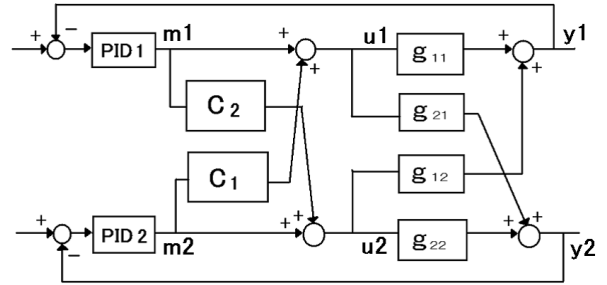


図2 非干渉化あり

この図で  $g_{21}, g_{12}$  が相互干渉である。この相互干渉を打ち消すため、図2の  $C_1, C_2$  を加える。

ここで、この図2の  $y_1, y_2$  の間には以下の関係が成り立つ。

$$y_1 = (g_{11} + g_{12}C_2)m_1 + (g_{11}C_1 + g_{12})m_2 \quad (4)$$

$$y_2 = (g_{21} + g_{22}C_2)m_1 + (g_{21}C_1 + g_{22})m_2 \quad (5)$$

となり、非干渉化させるには

$$g_{11}C_1 + g_{12} = 0 \quad (6)$$

$$g_{21} + g_{22}C_2 = 0 \quad (7)$$

となればよい。よって式(6)、式(7)を  $C_1, C_2$  について解くと

$$C_1 = -\frac{g_{12}}{g_{11}}, C_2 = -\frac{g_{21}}{g_{22}} \quad (8)$$

となる。ここで式(8)に式(3)を代入すると

$$C_1 = -0.033, C_2 = -0.304 \quad (9)$$

となる。

### 4.2 非干渉化の必要十分条件

状態空間表現は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9.2602 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.4872 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.3613 & 0.0787 \\ 0.2402 & 0.7895 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

とし,

$$D = \begin{bmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1} B \\ \vdots \\ C_m A^{d_m} B \end{bmatrix} \quad (13)$$

とする.  $C_m$  を  $C$  の  $m$  行とし,  $d_m$  を整数とする. ここで, システム  $S = \{A, B, C\}$  が非干渉化可能な必要十分条件は  $D$  が正則なことである [3][4]

[検証]  $d_1 = d_2 = 1$  とする.

$$D_1 = C_1 AB = \begin{bmatrix} 2.3613 & 0.0787 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$D_2 = C_2 AB = \begin{bmatrix} 0.2402 & 0.7895 \end{bmatrix} \quad (15)$$

よって

$$D = \begin{bmatrix} 2.3613 & 0.0787 \\ 0.2402 & 0.7895 \end{bmatrix} \quad (16)$$

となり,

$$|D| \neq 0 \quad (17)$$

なので  $D$  は正則.

これよりシステム  $S = \{A, B, C\}$  は非干渉化可能な必要十分条件を満たしている.

#### 4.3 極配置法による制御系設計

極配置法によって状態フィードバックゲイン (PID パラメータ) を決定する. 極をそれぞれ式 (18), (19) のように指定する.

$$p_1 = -0.6, p_2 = -0.6, p_3 = -16 \quad (18)$$

$$p_4 = -0.8, p_5 = -0.8, p_6 = -4 \quad (19)$$

すると, 各 PID コントローラは

$$\text{PID1} = 8.285 + \frac{2.440}{s} + 3.363s \quad (20)$$

$$\text{PID2} = 8.917 + \frac{3.243}{s} + 2.676s \quad (21)$$

となる.

#### 5 シミュレーション・実験

設計したコントローラによってシミュレーションと実験を行った. 各図は  $\theta$  の目標値を  $0.3[\text{rad}]$ ,  $\psi$  の目標値を  $0[\text{rad}]$  ステップ状に変化させた時の応答で, ステップ時間は  $60$  秒である.

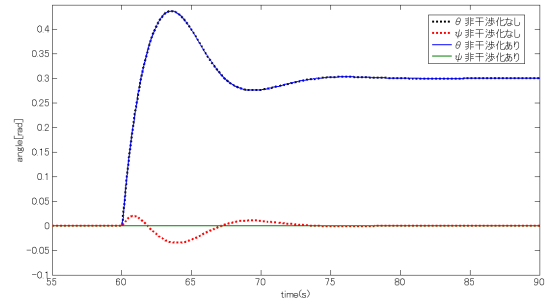


図 3 シミュレーション

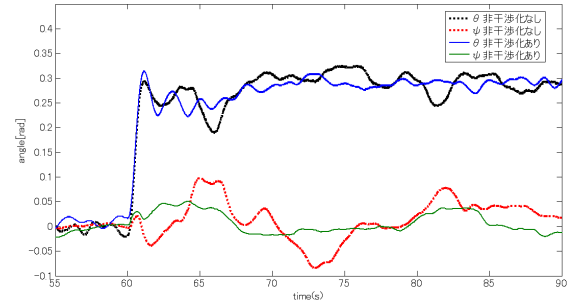


図 4 実験

#### 6 比較・検討

後ろのプロペラから  $\theta$  に及ぼす干渉はほとんどみられないが, 前のプロペラから  $\psi$  に及ぼす干渉が, ヘリコプタの頭を持ち上げる際にあることがわかった. これより, 制御系設計の簡単化のために図 2 の  $C_1$  を取り除いた設計の方が良いと考える.

#### 7 おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す.

- ・ 2 自由度ヘリコプタのモデリングを行った.
- ・ 多入力多出力系での極配置法における, PID コントローラの制御系設計を行った.
- ・ 非干渉化のありとなしとでの制御性能の検証を行った.
- ・ 理論の妥当性を実験により検証した.

#### 参考文献

- [1] 小川尚久: 2 入力 2 出力ヘリコプタの PI 制御. 2009 年度南山大学数理情報学部情報システム数理学科卒業論文, 2009.
- [2] 山本重彦, 加藤尚武: PID 制御の基礎と応用. 朝倉書店, 1997.
- [3] P.L.Falb and W.A.Wolovich: Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-12(1967), 651-659
- [4] E.G.Gilbert: THE DECOUPLING OF MULTIVARIABLE SYSTEMS BY STATE FEEDBACK, SIAM, 7(1969), 50-63