

H_∞ 制御を用いた飛行船の自動航行 MDD ロボットチャレンジ出場に向けて

2007MI092 金田知也 2007MI256 渡邊裕介

指導教員：陳幹

1 はじめに

本研究では、情報処理学会ソフトウェア工学研究学会主催の2010MDD ロボットチャレンジに向け小型飛行船の制御を行なう。大会には規定動作が複数存在し、それらを満たすような制御モデルの設計が必要である [1]。上昇、直進、旋回用の H_∞ 出力フィードバックコントローラをそれぞれ独立に作成し、それら3つの動作をうまく組み合わせ航行を行なう。上昇運動と直進・旋回運動の2つに分けてシミュレーションを行い、規定動作の確認を行った。また、上昇運動のみ実験を行い規定動作を実際に行った [2][3]。

2 制御対象

実験に用いる小型飛行船を図1に示す。この飛行船は上昇用のプロペラが1個、直進・旋回用のプロペラが2個取り付けられている。3つのプロペラの推力はプロペラに対して鉛直方向にのみ働き、水平方向には働かないものとする。

図2は飛行船の直進・旋回運動を簡略化した図である。



図1 制御対象

座標系 $x-y$ をとり、鉛直座標 z をとり、重心を回転軸としたときの飛行船の前方向と x 軸のなす角を θ とする。運動方程式は以下ようになる。

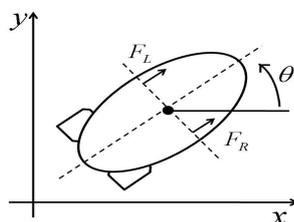


図2 直進・旋回運動モデリング

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= -D_{xy}\dot{x}(t) + F(t)\cos\theta(t) \\ m\ddot{y}(t) &= -D_{xy}\dot{y}(t) + F(t)\sin\theta(t) \\ m\ddot{z}(t) &= -D_z\dot{z}(t) + F_z(t) + T_z - mg \\ J\ddot{\theta}(t) &= -\psi\dot{\theta}(t) + r_f N(t) \\ (F(t) &= F_R(t) + F_L(t), N(t) = F_R(t) - F_L(t)) \end{aligned}$$

m [kg]; 飛行船の質量, r_f [m]; 重心とプロペラの距離, D_{xy} [kg/s]; 直進方向の摩擦係数, ψ [kg·m²/s]; 回転方向の摩擦係数, D_z [kg/s]; 垂直方向の摩擦係数, J [kg/m²]; 回転モーメント, F_R [N]; 右プロペラの推力, F_L [N]; 左プロペラの推力, F_Z [N]; 中心プロペラの推力, T_z [N]; 浮力である。また, $T_z \simeq mg$ とし, 中心プロペラがない状態では多少落下するように調整しておく。

3 推力の測定

モータに出力を与えるためには、方向によって「+」か「-」を前置した、2桁の00~99の数値を小型飛行船に送信しなければならない。ただし、上昇、前進方向の推力を正方向とする。00~99の数値を送信した時、モータが発生する推力は未知である [7]。また、モータが発生できないような推力を用いたシミュレーションでは意味がない。そこで、実験を行って実際にはどれほどの推力を発生させることができるかを調べた。実験は以下の手順で行った。以後、モータの出力値を $F = -99 \sim +99$ と記述する。

1. 上下運動用のモータにモータ出力 ($F = +10 \sim +99$) でプロペラを回転させるように命令する。
2. 飛行船に重さ M [kg] の重りを加え、プロペラの推力とつり合わせ、静止させる。
3. 重りの重さ M [kg] から Mg [N] を計算し記録する。ここで, g [kg/s²] は重力加速度である。

図3はモータ出力 F を $+10 \sim +99$ まで変化させて実験を行った結果である。

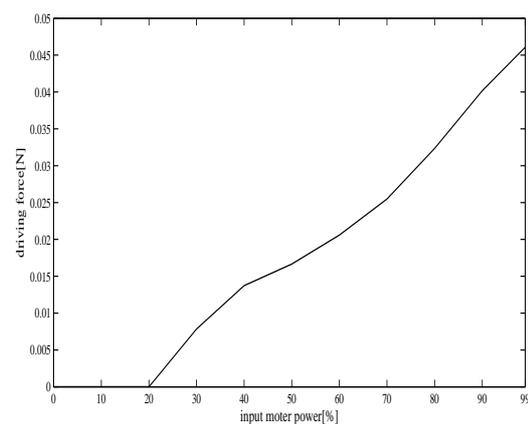


図3 モータ出力 ($F = +10 \sim +99$) の測定結果

図3からモータが発生できる推力は0.046[N]であると推定できる。よってコントローラの出力が ± 0.046 [N] の範囲になるように各ゲインを設定しなければならない。

4 摩擦係数の導出

実験により摩擦係数を導出した。実験は以下の手順で行った。

1. 浮力と飛行船の質量が釣り合うように重りで加重し、飛行船を大気中に静止させる。
2. 上下運動用のモータに $F=+10\sim 99$ まで 10 毎に上昇命令を変化させ上昇させる。
3. 手順 2 に対して 0.1 秒毎の垂直方向摩擦係数を記録する。

表 1 はその結果を示したものである。垂直方向摩擦係数として表 1 の中央値 1.71×10^{-2} [kg/s] を用いた。この垂直方向摩擦係数に誤差が含まれるものとし、最大値から最小値まで対処できるコントローラの設計が望まれる [4]。

表 1 垂直方向摩擦係数

デューティ比 [%]	垂直方向摩擦係数 [kg/s]
10	1.05×10^{-2}
20	1.13×10^{-2}
30	1.31×10^{-2}
40	1.46×10^{-2}
50	1.48×10^{-2}
60	1.61×10^{-2}
70	1.76×10^{-2}
80	1.93×10^{-2}
90	2.11×10^{-2}
99	2.28×10^{-2}

5 混合感度問題

ロバスト安定性や外乱抑制といった特性は、共に重要な特性である。混合感度問題を考えることで、この 2 つの特性を有する制御系を考える。一般化プラントを図 4 と構成した。

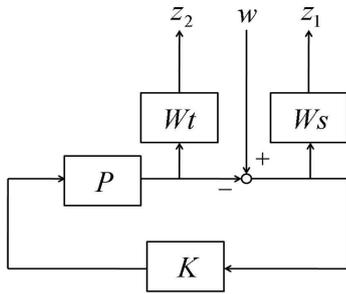


図 4 一般化プラント

混合感度問題を解く上で、相補感度関数 $T(s)$ と感度関数 $S(s)$ 大きさを調整させるために導入された周波数重みの決定が重要である。図 4 の入力 w から評価出力 $z_\infty = [z_1, z_2]^T$ への伝達関数を $G_{z_\infty w}(s)$ とすると、式 (1)

となる。

$$G_{z_\infty w}(s) = \begin{bmatrix} W_s(s)S(s) \\ W_t(s)T(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

これより、図 4 のシステムを安定化し $\|G_{z_\infty w}(s)\|_\infty < 1$ を満たす補償器 $K(s)$ を設計すればよい。しかし、感度特性を改善することとロバスト安定性を改善することは互いに矛盾している。このことから、トレードオフを図らなければならない [5]。

6 性能目標

飛行船の航行制御をする上で、航行に大きく影響を与えるものとして、モデル化誤差や外乱などがあげられる。これらの影響を抑制する制御系を設計するためには、具体的な性能目標が必要である。そこで、以下の様に性能目標を設定し、これらを満たす制御系を設計する。

1. 上昇用 垂直方向摩擦係数 $D_z = 1.71 \times 10^{-2}$ [kg/s] を基準に $\pm 40\%$ の変動に適応できる制御系を設計する。
直進用 直進方向摩擦係数 $D_{xy} = 8.47 \times 10^{-3}$ [kg/s] を基準に $\pm 40\%$ の変動に適応できる制御系を設計する。
旋回用 旋回方向摩擦係数 $\psi = 1.8 \times 10^{-3}$ [kg · m²/s] を基準に $\pm 40\%$ の変動に適応できる制御系を設計する。
2. 周波数 10^{-3} [rad/s] 以下の外乱に対しての影響を、ある程度軽減する。
3. 制御入力の値を、本研究で使用するモーターの性能の範囲内におさめる。

7 制御系設計 (上昇運動)

性能目標 1, 2, 3 のような制御仕様を実現するためには、それらに対応する一般化制御対象を与える必要がある。そこで、一般化制御対象を図 5 のように決定し外部入力 w から出力 z_1, z_2, z_3 への影響が小さくなることを要求する。 P_z, W_{zt}, W_{zs} の状態空間表現を $A_z, B_z, C_z, D_z, A_{zt}, B_{zt}, C_{zt}, D_{zt}, A_{zs}, B_{zs}, C_{zs}, D_{zs}$ とする。これらを用い、状態変数を $[x_z \ x_{zs} \ x_{zt}]$ とし、一般化制御対象 $G_z(s)$ を定義する [9][8]。

$$G_z(s) = \begin{bmatrix} A_z & 0 & 0 & 0 & B_z \\ -B_{zs}C_z & A_{zs} & 0 & B_{zs} & -B_{zs}D_z \\ B_{zt}C_z & 0 & A_{zt} & 0 & B_{zt}D_z \\ -D_{zs} & C_{zs} & 0 & D_{zs} & -D_{zs}D_z \\ D_{zt}C_z & 0 & C_{zt} & 0 & D_{zt}D_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{zu} \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

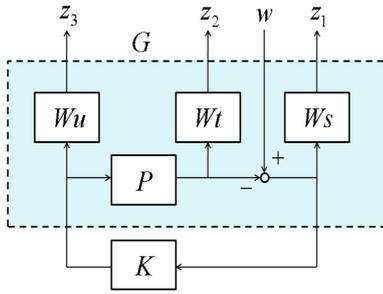


図5 一般化制御対象

性能目標の1を満たすことを考える。垂直方向摩擦係数 $D_z = 1.71 \times 10^{-2} [\text{kg/s}]$ のときをノミナルプラント $P_{z0}(s)$ とする。ノミナルプラントを基準に $\pm 40\%$ の変動を摂動プラント $\tilde{P}_z(s)$ とする。 $P_{z0}(s)$ と $\tilde{P}_z(s)$ の乗法的不確かさ $\Delta_z(s)$ を求める。 $\bar{\sigma}(\Delta_z(j\omega)) < |W_{zt}(j\omega)|$ となるような相補感度関数 $T(s)$ に対する重み $W_{zt}(s)$ を式(3)とした。

$$W_{zt}(s) = 0.8 \quad (3)$$

$\Delta_z(s)$ と $W_{zt}(s)$ の周波数応答を図6に示す。

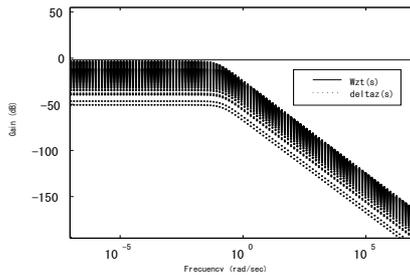


図6 重み $W_{zt}(s)$, 乗法的な不確かさ $\Delta_z(s)$

性能目標の2を満たすことを考える。感度関数 $S(s)$ に対する重み $W_{zs}(s)$ を外乱抑制が強く要求される低周波領域では大きくし、高周波領域では小さくするため式(4)のように決定した。

$$W_{zs}(s) = \frac{200}{1000s + 1} \quad (4)$$

性能目標の3を満たすことを考える。モータの最大推力である $0.046[\text{N}]$ 以内に入力値を抑えるために、重み W_{zu} を式(5)とした。

$$W_{zu} = 78 \quad (5)$$

MATLAB のコマンド `hinflmi` を用いて算出された出力フィードバックコントローラ $K_z(s)$ と、閉ループ系の H_∞ ノルム γ_z は式(6)となった[6]。

$$K_z(s) = \frac{22.99s^2 + 3.32s + 2.98 \times 10^{-4}}{s^3 + 1827s^2 + 959.2s + 0.9572} \quad (6)$$

$$\gamma_z = 0.9831$$

8 制御系設計 (直進・旋回運動)

上昇用コントローラと同様に直進用コントローラ、旋回用コントローラを設計する。

直進用 試行錯誤の結果 W_{xt}, W_{xs}, W_{xu} を以下のように決定した。

$$W_{xt} = 0.8, W_{xs} = \frac{200}{1000s + 1}, W_{xu} = 55$$

MATLAB によって算出された結果は式(7)となった。

$$K_x(s) = \frac{11.09s^2 + 0.7956s + 1.649 \times 10^{-4}}{s^3 + 710.6s^2 + 404.2s + 0.4035} \quad (7)$$

$$\gamma_x = 0.8605$$

旋回用 試行錯誤の結果 $W_{\theta t}, W_{\theta s}, W_{\theta u}$ を以下のように決定した。

$$W_{\theta t} = 0.8, W_{\theta s} = \frac{200}{100s + 1}, W_{\theta u} = 30$$

MATLAB によって算出された結果は式(8)となった。

$$K_\theta(s) = \frac{44.54s^2 + 35.63s + 0.0002929}{s^3 + 1219s^2 + 1805s + 0.4487} \quad (8)$$

$$\gamma_\theta = 0.549$$

9 上昇運動シミュレーション

コンテストには上昇、下降、直進、後退、旋回、ホバリングといった規定動作が存在し、指定された動作を指定された順序で行わなければならない。規定動作の1つである $3[\text{m}]$ 上昇 + ホバリングの規定動作を航行シミュレーションによって確認する。ただし、初期状態は、 $z_0 = 0$ 、目標指令は $r_z = 3$ のように設定する。図7は上昇運動 + ホバリングのシミュレーション結果、図8はその時のプラントへの入力値 $F_z(t)[\text{N}]$ である。

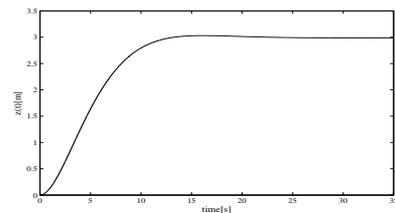


図7 上昇 + ホバリングのシミュレーション結果

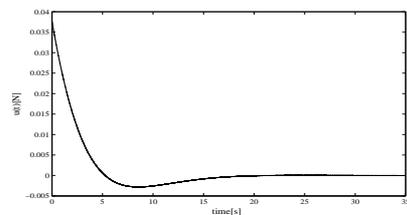


図8 プラントへの入力値 $F_z(t)$

図7から、約15秒で目標値3に収束しているのがわかる。また図8より、入力値はモーターが実現できる推力の

範囲内におさまっていることがわかる。この結果より、小型飛行船は $z = 0$ から $z = 3$ まで上昇し、その後、ホバリングが可能であると予測できる。

10 直進・旋回運動シミュレーション

10.1 旋回命令

直進・旋回運動シミュレーションでは、 (x, y) 座標を目標指令として与えることで航行を行うが、旋回するために θ への目標指令が必要となる。しかし、 θ への目標指令は航行中の小型飛行船の位置により常に変動してしまう。そこで、 θ への目標指令 r_θ を式 (9) とした。ここで、 e_x は x 座標における目標地点と現在地点との差、 e_y は y 座標における目標地点と現在地点との差である [7]。

$$\begin{cases} r_\theta = \arctan \frac{e_y}{e_x} & (e_x \neq 0) \\ r_\theta = \frac{\pi}{2} & (e_x = 0, e_y > 0) \\ r_\theta = -\frac{\pi}{2} & (e_x = 0, e_y < 0) \end{cases} \quad (9)$$

10.2 シミュレーション結果

直進用コントローラと旋回用コントローラを上手く組み合わせ直進・旋回運動のシミュレーションを行う。初期状態は $(x_0, y_0) = (0, 0)$ 、 $\theta = -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi$ とし目標指令を $(r_x, r_y) = (5, 5)$ のように設定する。図 9 はその結果である。

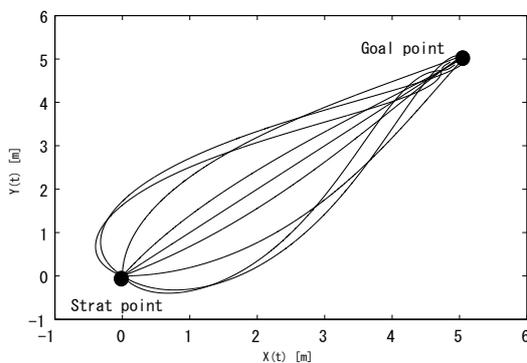


図 9 直進・旋回運動シミュレーション

図 9 より目標座標 (5, 5) に到達しているのがわかる。また、到達までの時間は約 30 秒であった。

11 実験

規定動作の 1 つである 3[m] 上昇 + ホバリングをシミュレーションと同様に、目標指令を $r_z = 3$ のように設定し実験を行った。図 10 はシミュレーション結果と実験結果を比較した図である。図 10 から、約 15 秒で目標値 3 に到達し、その後 2.5[m] 付近まで降下するが、再度上昇し、3[m] 付近にとどまりホバリングしているのがわかる。目標値に達してから降下する原因として、静止状態であらかじめ多少落下するように浮力を調整したためであると考えられる。シミュレーション結果と実験結果がほぼ同じような波形となったため、実験は成功したと考えられる。

よって、コンテストの規定動作である 3[m] 上昇 + ホバリングが可能であることが確認できた。

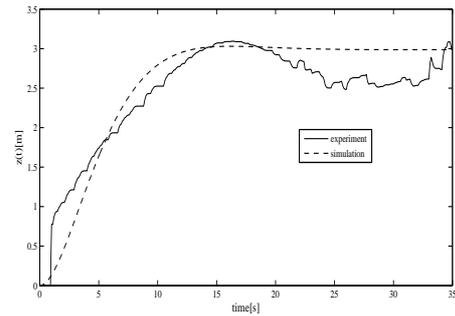


図 10 シミュレーション結果と実験結果の比較

12 おわりに

本研究の成果は、 H_∞ 制御を用いコンテストの内容を満たすような制御モデルが設計できたこと、ロバスト性を取り入れ、ある程度のモデル誤差に対応出来るような制御モデルを設計できたことである。今後の課題としては、プロペラ同士の干渉を考慮したモデリングや、無駄時間を考慮した制御系の設計、最適軌道での航行、コンテストの環境に近い実験環境を整備すること、などがあげられる。

参考文献

- [1] MDD ロボットチャレンジ 2010 実行委員会：競技仕様書, 情報処理学会 (2010)
- [2] 成層圏プラットフォーム飛行船の研究: 日本機械学会誌, Vol.112 No.1082(2009)
- [3] 勝山靖博, 大場洋一: 成層圏プラットフォーム追跡管理システム, 東芝レビュー, Vol.60, No.11(2005)
- [4] 石川繁樹: モデル予測制御による飛行船システムの制御系設計に関する研究, 金沢大学自然科学研究科電子情報システム専攻修士論文 (2005)
- [5] 藤森篤: ロバスト制御, コロナ社 (2001).
- [6] 野波健蔵編著, 西村秀和, 平田光男共著: MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局 (2009)
- [7] 山田浩之: PID 制御による多入出力系飛行船の制御モデル設計, 南山大学数理情報学部 2009 年度卒業論文 (2009)
- [8] 早瀬雄太: H_∞ 制御理論を用いた 2 自由度ヘリコプタの姿勢制御 MIMO と SISO の比較, 南山大学数理情報学部 2009 年度卒業論文 (2009)
- [9] 長坂健太: 2 入力 2 出力ヘリコプタの混合 H_2/H_∞ 制御系設計を適用したロバスト安定性と制御性能の向上, 南山大学数理情報学部 2009 年度卒業論文 (2009)