

ジブクレーンに対する混合 H_2/H_∞ 制御によるロバスト安定化

2007MI086 神野雅幸

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究ではロープ長の変動により特性変動を起こすクレーンに対し、混合 H_2/H_∞ 制御を適用する。本研究の目的は、モデルの特性変動に対するロバスト安定性を H_∞ 制御で保証し、 H_2 制御によりロバスト制御性能を高めることである。LMI を用いて上記の多目的制御を定式化し、連立 LMI を設計する事により、ロバスト安定の十分条件を満たす制御系設計をする。シミュレーションと実験により理論の有用性を検証する。また、混合 H_2/H_∞ 制御と混合 H_∞/H_∞ 制御の比較を行う。

2 制御対象

本研究で用いるジブクレーンの概略図を図 1 に示す。ただし、ラグランジュの運動方程式より導出した微分方程式を、 $\gamma = 0$ の近傍で線形化し状態方程式で表現している。状態量を $x_p = [x_j \ \gamma \ \dot{x}_j \ \dot{\gamma}]^T$ としたときの状態空間表現を式 (1) に示す。

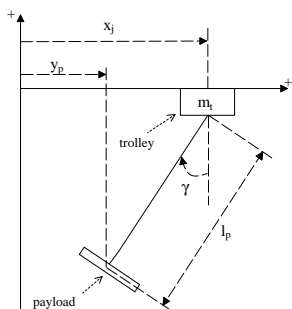


図 1 ジブクレーン

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u \\ y_p = C_p x_p \end{cases} \quad (1)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.7001 & 0 & -\frac{0.1733B_\gamma}{l_p} \\ 0 & -\frac{11.5101}{l_p} & 0 & -\frac{1.1733B_\gamma}{l_p^2} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 18.2592 & \frac{18.2592}{l_p} \end{bmatrix}^T$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & -l_p & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 B_γ はペイロードに加わる粘性摩擦の係数であり、振り子の減衰振動により $B_\gamma = 0.0247$ と求めた。また、ロープの長さ l_p は $0.25 \leq l_p \leq 0.75$ [m] の範囲で変動する。 l_p の値を 0.55 [m] としたものをノミナルプラント P_n とし、 l_p の値を $0.25 \leq l_p \leq 0.75$ [m] の範囲で変動させたものを摂動プラント \tilde{P} とする。また、 l_p の値を $0.25, 0.75$ [m] としたものをそれぞれ摂動プラント $P_{0.25}, P_{0.75}$ とする。ロープ長の変動によって発生する乗法的不確かさ

は $\Delta_m = (\tilde{P} - P_n)P_n^{-1}$ で得られる。 Δ_m を完全に覆うように相補感度関数に対する重みを $W_t = \frac{10.8s+0.027}{0.5s+1}$ と設定した。図 2 に Δ_m, W_t の特異値プロットを示す。

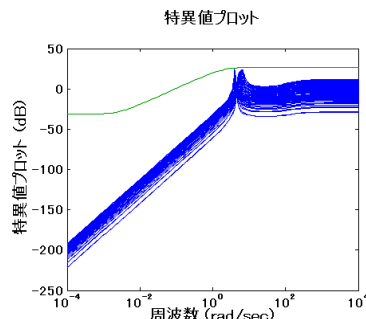


図 2 Δ_m, W_t の特異値

3 制御系設計

本研究で用いる一般化制御対象 $G(s)$ を図 3 に示す。図 3 において、 W_t :相補感度関数に対する重み、 W_u :制御入力制限するための重み、 W_x :制御対象の状態量に対する重み、 W_e :目標値に追従させるための偏差の積分に対する重みをそれぞれ示している。ここで、 P, W_t, W_e の状態空間表現の係数行列を $A_p, B_p, C_p, D_p, A_t, B_t, C_t, D_t, A_e, B_e, C_e, D_e$, と表記する。 $G(s)$ の状態変数を $x_G = [x_p x_e x_t]^T$ とし、評価出力 $z_1 = z_t, z_2 = [z_u z_x z_e]^T$ としたとき、 $G(s)$ は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{x}_G = A x_G + B_1 w + B_2 u \\ z_1 = C_1 x_G + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 = C_2 x_G + D_{21} w + D_{22} u \end{cases}$$

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B & \\ \hline C & D & \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A & B_1 & B_2 & & & \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} & & & \\ C_2 & D_{21} & D_{22} & & & \end{array} \right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} A_p & 0 & 0 & 0 & B_p & \\ -B_e C_p & A_e & 0 & B_e & 0 & \\ B_t C_p & 0 & A_t & 0 & 0 & \\ \hline D_t C_p & 0 & C_t & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_u & \\ W_x & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & W_e & 0 & 0 & 0 & \end{array} \right] \quad (3)$$

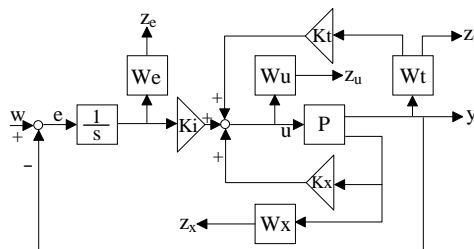


図 3 一般化制御対象 $G(s)$

3.1 混合 H_2/H_∞ 制御による制御系設計

混合 H_2/H_∞ 制御では、一般化制御対象の評価出力 z_1 を H_∞ ノルム、評価出力 z_2 を H_2 ノルムでそれぞれ評価する。混合 H_2/H_∞ 状態フィードバック制御で用いる LMI は、次式となる (ただし、 $L_1 = AX + B_2M$)。

$$\begin{bmatrix} L_1 + L_1^T & B_1 & (C_1X + D_{12}M)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{12}M & D_{11} & -\gamma_\infty^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} Q & (C_2X + D_{22}M)^T \\ C_2X + D_{22}M & X \end{bmatrix} > 0 \quad (5)$$

$$\text{trace}(Q) < \gamma_2^2 \quad (6)$$

また、本研究ではロバスト安定の十分条件を満たすため、

$$\gamma_\infty = 1 \quad (7)$$

と与える。これらの条件を満たす $X > 0$ と M を求めれば、制御器 K は $K = MX^{-1}$ で与えられる。

3.2 混合 H_∞/H_∞ 制御による制御系設計

混合 H_∞/H_∞ 制御では、一般化制御対象の評価出力 z_1 を H_∞ ノルム、評価出力 z_2 を H_∞ ノルムでそれぞれ評価する。混合 H_∞/H_∞ 状態フィードバック制御で用いる LMI は、次式となる (ただし、 $L_1 = AX + B_2M$)。

$$\begin{bmatrix} L_1 + L_1^T & B_1 & (C_1X + D_{12}M)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{12}M & D_{11} & -\gamma_{1\infty}^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} L_1 + L_2 & B_1 & (C_2X + D_{22}M)^T \\ B_1^T & -I & D_{21}^T \\ C_2X + D_{22}M & D_{21} & -\gamma_{2\infty}^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

また、本研究ではロバスト安定の十分条件を満たすため、

$$\gamma_{1\infty} = 1 \quad (10)$$

と与える。これらの条件を満たす $X > 0$ と M を求めれば、制御器 K は $K = MX^{-1}$ で与えられる。

4 シミュレーション・実験

3節で導出した制御器を用いてシミュレーションと実験を行った。本研究では混合 H_2/H_∞ 制御と混合 H_∞/H_∞ 制御を比較し、それぞれの特徴を示すため、次の6つの場合でシミュレーションと実験を行った。

Case1	P_n に混合 H_2/H_∞ 制御を適用
Case2	P_n に混合 H_∞/H_∞ 制御を適用
Case3	$P_{0.25}$ に混合 H_2/H_∞ 制御を適用
Case4	$P_{0.25}$ に混合 H_∞/H_∞ 制御を適用
Case5	$P_{0.75}$ に混合 H_2/H_∞ 制御を適用
Case6	$P_{0.75}$ に混合 H_∞/H_∞ 制御を適用

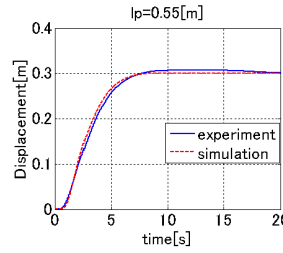


図 4 Case1:混合 H_2/H_∞ 制御による P_n の応答

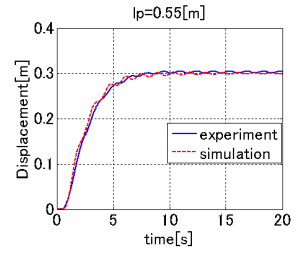


図 5 Case2:混合 H_∞/H_∞ 制御による P_n の応答

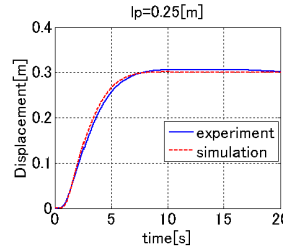


図 6 Case3:混合 H_2/H_∞ 制御による $P_{0.25}$ の応答

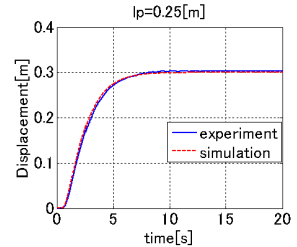


図 7 Case4:混合 H_∞/H_∞ 制御による $P_{0.25}$ の応答

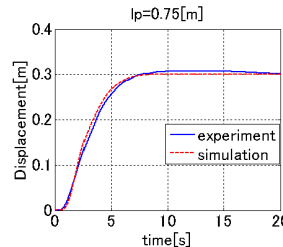


図 8 Case5:混合 H_2/H_∞ 制御による $P_{0.75}$ の応答

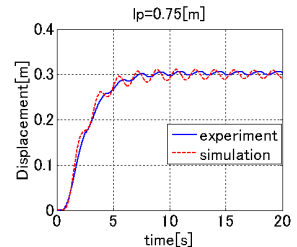


図 9 Case6:混合 H_∞/H_∞ 制御による $P_{0.75}$ の応答

混合 H_2/H_∞ 制御の場合はノミナル、摂動プラント共にほとんど振動なく目標値に追従しているとわかる。一方、混合 H_∞/H_∞ 制御の場合は、 $P_n, P_{0.75}$ で応答が振動的になっていると確認できる。これより、混合 H_2/H_∞ 制御の方が、混合 H_∞/H_∞ 制御よりもロバスト制御性能を向上させるチューニングが容易であるとわかる。これは、 H_∞ ノルムより H_2 ノルムの方が制御性能を評価する上では優れているためであると考えられる。また、混合 H_2/H_∞ 制御、混合 H_∞/H_∞ 制御どちらの応答も発散せず目標値に追従しようとしており、ロバスト安定性を確認できる。

5 おわりに

本研究では、連立 LMI で多目的制御を定式化し、小ゲインの定理に基づくロバスト安定の十分条件を満たす制御系設計を行った。シミュレーションと実験によって制御系のロバスト安定性を検証した。また、混合 H_∞/H_∞ 制御より混合 H_2/H_∞ 制御の方がロバスト制御性能を向上させるチューニングが容易であると確認した。

6 参考文献

- [1] 上泰, 延山英沢: H_2 ノルムを単調減少させる制御器を用いた混合 H_2/H_∞ 制御系設計. システム制御情報学会論文誌 Vol.40, No.4, 382/389, 2004.
- [2] 内田健康: H^2/H^∞ 制御. 計測と制御 Vol.30, No.8, 722/723, 1991.