

ヘリコプタの2自由度PID制御 —パレート最適解による極の決定—

2007MI084 岩田 歩

指導教員：高見 勲

1 はじめに

本研究では2入力2出力のヘリコプタ(図1)に対し、2自由度PID制御を用いて姿勢制御し、極配置法による制御系設計を行う。指定した極は外乱誤差面積と操作量である電圧のパレート最適解で決定した。制御手法としては、目標値応答と外乱応答の両方を最適に調整することができる2自由度PID制御を選択した。

2 制御対象

本研究で制御対象として扱う2自由度ヘリコプタを図1に示す。これは2つのプロペラを持っており、それぞれDCモーターで駆動する。前のプロペラはピッチ軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する。後ろのプロペラはヨー軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタの左右の運動を制御する。



図1 2自由度ヘリコプタ

3 モデリング

2自由度ヘリコプタの非線形運動方程式はオイラー・ラグランジュの運動方程式を用いることにより導出する。その方程式を原点のまわりで線形化すると以下の式が導出される。

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} - m_{heli}gl_{cm} - B_p\dot{\theta} - W_{\theta}}{(J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2)} \quad (1)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{K_{yy}V_{m,y} + K_{yp}V_{m,p} - B_y\dot{\psi} - W_{\psi}}{(J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2)} \quad (2)$$

ここで、 θ [rad]:ピッチ角、 ψ [rad]:ヨー角、 V [v]:モータの電圧、 B [N/V]:等価粘性減衰、 K [Nm/V]:トルク定数、 J [kgm²]:慣性モーメント、 m_{heli} [kg]:ヘリコプタ質量、 l_{cm} [m]:ピッチ軸から重心までの距離、 W [Nm]:外乱トルクとする。

4 2自由度制御

次に、2自由度制御系を構築する。一般的なPID制御では、目標値応答と外乱応答の両方を最適にできない場

合がある。それに対して2自由度PID制御ではその両方を最適にできる[1]。そこで本研究では2自由度PID制御を用いる。先ず外乱抑制に関して希望の応答を実現するPIDフィードバック制御系を構成し、次に目標値追従性を希望の応答にするようにフィードフォワード制御系を設計する。システムの構成は図2のようになる。

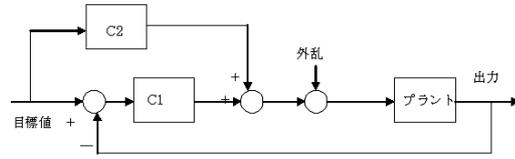


図2 2自由度PID制御FF型

ここで $C_1(s) = K_{p1} + K_{i1}\frac{1}{s} + K_{d1}s$, $C_2 = -(\alpha K_{p1} + \beta K_{d1}s)$ とする。

5 制御系設計

ピッチとヨーの2入力2出力系のシステムを2つの1入力1出力系システムであるかのように考え、それぞれで極配置法を行う。

5.1 外乱応答

極の位置を任意に指定し、コントローラのゲインを決定する。任意に指定した極によって、希望の外乱応答特性を実現する。系は3次であり、極を p_1, p_2, p_3 と指定する。

$$(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3) = 0 \quad (3)$$

また、ピッチ軸方向の C_1 を含む閉ループ系の特性方程式は $P_1(s) = \frac{2.361}{s^2 + 9.26s}$ とすると、 $1 + C_1(s)P_1(s) = 0$ より、

$$s^3 + (9.26 + 2.36K_{d1})s^2 + 2.36K_{p1}s + 2.36K_{i1} = 0 \quad (4)$$

となる。上記の式(4),(5)よりピッチ軸のPIDパラメータを求めると下式となる。

$$K_{d1p} = -\frac{p_1 + p_2 + p_3 + 9.26}{2.361}, K_{p1p} = \frac{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}{2.361},$$

$$K_{i1p} = -\frac{p_1 p_2 p_3}{2.361} \quad (5)$$

同様にヨー軸のPIDパラメータは以下のようになる。ただし、極を p_4, p_5, p_6 , $P_1(s) = \frac{0.7895}{s^2 + 3.487s}$ とする。

$$K_{d1y} = -\frac{p_4 + p_5 + p_6 + 3.487}{0.7895}, K_{p1y} = \frac{p_4 p_5 + p_4 p_6 + p_5 p_6}{0.7895},$$

$$K_{i1y} = -\frac{p_4 p_5 p_6}{0.7895} \quad (6)$$

5.2 目標値応答

目標値応答は $C_1(s)$ と $C_2(s)$ によって決まる．ここでピッチ軸のコントローラ $C_{2p}(s)$ ，ヨー軸のコントローラ $C_{2y}(s)$ を以下のようにする．

$$C_{2p}(s) = -\alpha K_{p1} - \beta K_{d1}s, C_{2y}(s) = -\alpha K_{p2} - \beta K_{d2}s$$

ここで， α, β は 2 自由度パラメータである．($0 \leq \alpha \leq 1$)($0 \leq \beta \leq 1$)

6 パレート最適解

複数の目的関数があり，全ての目的関数に関して優位性をもつ解が他に存在しない限り，その解はパレート最適解と呼ぶ．また，パレート最適解でない解は劣解と呼ぶ [2]．本研究では目的関数として操作量である電圧のピークと外乱誤差面積を選択した．図 3 はシミュレーションを行ったときのピッチ軸にかかる電圧ピーク時の値とピッチ軸に関する外乱誤差面積の値をプロットした散布図である．なお，黒点はパレート最適解を表している．

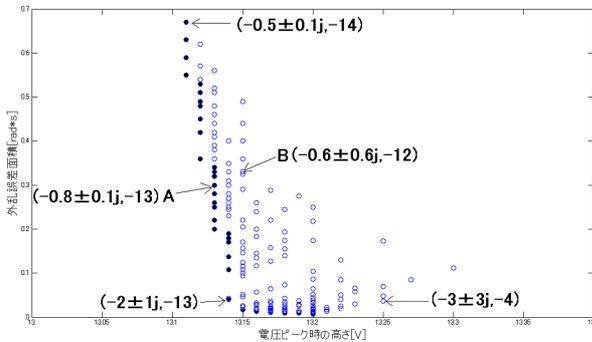


図 3 シミュレーションでのパレート最適解

7 シミュレーション・実験

図 3 に示されているパレート最適解 A と劣解 B を比較していく． A の極は $p_1 = -0.8 + 0.1j, p_2 = -0.8 - 0.1j, p_3 = -13, p_4 = -0.8 + 0.4j, p_5 = -0.8 - 0.4j, p_6 = -12$ ， B の極は $p_1 = -0.6 + 0.6j, p_2 = -0.6 - 0.6j, p_3 = -12, p_4 = -0.8 + 0.4j, p_5 = -0.8 - 0.4j, p_6 = -12$ である．図 4, 5 は外乱応答である．外乱として 0.0623 [kg] の錘を 10 秒間つるした．図 6, 7 は θ の目標値を 0.3 [rad] のステップ状に変化した時の応答になる．図 8, 9 は外乱応答における電圧変化である．また今回は $\alpha = \beta = 0.9$ とした．

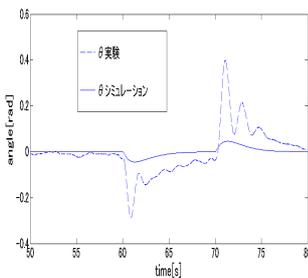


図 4 A での外乱応答

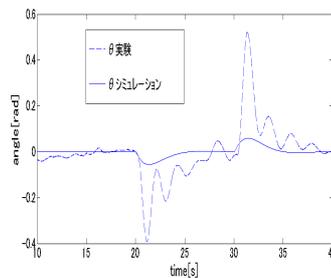


図 5 B での外乱応答

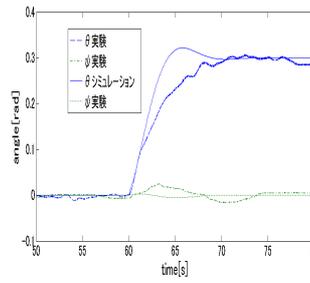


図 6 A での目標値応答

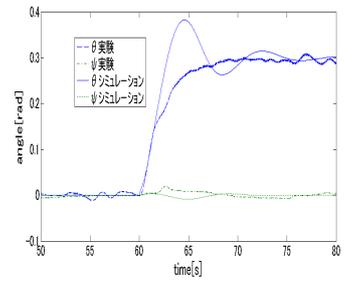


図 7 B での目標値応答

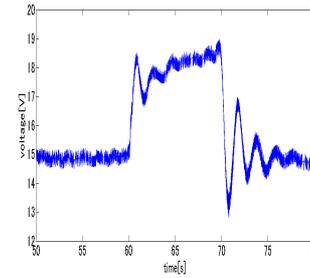


図 8 A での電圧変化

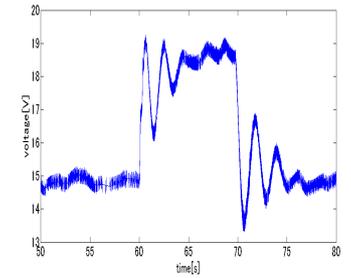


図 9 B での電圧変化

8 比較・検討

外乱応答について，外乱を加えることによって乱れる振幅は B よりも A の方が小さくなっている．目標値応答については，目標値までに到達するのにほぼ同じ波形になっていることが分かる．これはパレート最適解の目的関数に外乱誤差面積と電圧ピーク時の値を選択したからだと考えられる．電圧変化については，電圧の上限値が B よりも A の方が小さくなっている．以上のことから劣解である B よりもパレート最適解である A の方が良い応答をすることが分かる．

9 極と目的関数の関係

支配極を原点から近い値にすると電圧の値が抑えられるが，外乱誤差面積は大きくなってしまふ．支配極を原点から遠い値にすると電圧の値は大きくなるが，外乱誤差面積は小さくなる．また，支配極を原点から -1 より離れた値に選択するとゲインが高くなり振動してしまい実験することができない．支配極は $-0.5 \sim -0.9$ にするのが望ましい．

10 おわりに

2 自由度ヘリコプタにおける 2 自由度 PID 制御設計に関し，パレート最適解に基づいて PID パラメータを設定する方法を得た．また，実験により有効性を確認した．

11 参考文献

- [1] 須田信英：『PID 制御』．朝倉書店，(1992)．
- [2] 西村和雄：『ミクロ経済学』．岩波書店，(1995)．