

ヘリコプタの多入力多出力のPI制御による安定性向上 -最適レギュレータ理論を利用したPIコントローラ的设计-

2007MI073 板倉 圭佑

指導教員：高見 勲

1 はじめに

PID 制御の歴史は古く、多くの現実の問題を簡潔に有効に解決してきた。デジタル技術が発達した現代であっても汎用コントローラが開発されている [1]。本研究に用いる 2 自由度ヘリコプタは不安定系であり、非線形ダイナミクスを持ち、多入力であることから制御が困難な対象であるといえる。本研究では、現代制御論からのアプローチにより PI もしくは PID 制御を静的出力フィードバックと疑似的にみなし PI, PID コントローラを導出する。

本研究では、理論の検証のためシミュレーションと実験を行っている。

2 制御対象

本研究でのヘリコプタモデルは、2 つのプロペラを持っており、それぞれ DC モータで駆動される。前のプロペラはピッチ軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する。後ろのプロペラはヨー軸まわりの回転を起こし、ヘリコプタの左右の運動を制御する [2]。



図 1 2 自由度ヘリコプタ

3 モデリング

状態変数を

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} \theta & \psi & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^t \quad (1)$$

状態空間表現

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2)$$

$$y = Cx(t) \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9.26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.49 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.36 & 0.07 \\ 0.24 & 0.79 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

θ [rad]: 前のプロペラの運動 (ピッチ角)

ψ [rad]: 後ろのプロペラの運動 (ヨー角)

4 制御系設計

2 入力 2 出力のブロック線図を図 2 に示す。

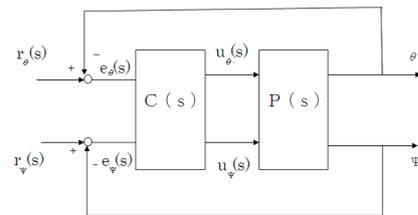


図 2 2 入力 2 出力系の構成

4.1 最適レギュレータ理論を利用した PI コントローラ的设计

(2), (3) 式は可制御、可観測である。これらの式に対する状態フィードバック $u(t) = -Fx(t)$ による閉ループ系を以下のようにする。

$$\dot{x} = (A - BF)x(t) \quad (7)$$

4.2 問題の定式化 [3]

PI 制御は一般的に次のように与えられる。

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (8)$$

ここで、次のような新たな変数を次のように与えられる。

$$z(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau \quad (9)$$

を導入すると、PI 制御 (8) 式は次のように表すことができる。

$$u(t) = -K_I z(t) - K_P y(t) = -K_I z(t) - K_P Cx(t) \quad (10)$$

(9) 式を時間微分すると

$$\dot{z}(t) = Cx(t) \quad (11)$$

PI 制御による閉ループ系を (10),(11) 式を利用して拡大系を設計すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_P C & -BK_I C \\ C & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

次に PI 制御による閉ループ系の状態フィードバックゲイン K_P, K_I を求めることを考える。

4.3 PI パラメータの決定法

(12) 式の拡大系に対し、最適レギュレータ理論を用いて最適状態フィードバック則 F を求め、ゲイン K_P, K_I を計算する。状態フィードバック $u(t) = -F \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$ に一致させることを考える。

$$\bar{C} \triangleq \begin{bmatrix} O & I_m \\ C & O \end{bmatrix} \quad (13)$$

とし、各ゲイン K を求めると

$$F = K\bar{C} \quad (14)$$

$$K = F\bar{C}^T (\bar{C}\bar{C}^T)^{-1} \quad (15)$$

となる。そのときのゲインは

$$K_P = \begin{bmatrix} -1.8125 & -0.0708 \\ 0.1297 & -2.1031 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 0.99869 & 0.05117 \\ -0.05117 & 0.99869 \end{bmatrix} \quad (17)$$

4.4 PID パラメータの決定法

PI パラメータの設計と同じく、最適状態フィードバックを利用して各ゲインを計算する。

$$\bar{C} \triangleq \begin{bmatrix} O & I_m \\ C & O \\ CA & O \end{bmatrix} \quad (18)$$

とし、各ゲイン K を求めると

$$K = F\bar{C}^{-1} \quad (19)$$

このときのゲインは

$$K_P = \begin{bmatrix} -18.1248 & -0.7083 \\ 1.2979 & -21.0309 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 9.9869 & -0.5117 \\ -0.5117 & -9.9869 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$K_D = \begin{bmatrix} -7.4958 & -0.5501 \\ 0.1058 & -5.3060 \end{bmatrix} \quad (22)$$

5 シミュレーションと実験

設計したコントローラでシミュレーションと実験を行った。各図は θ の目標値を $0.3[\text{rad}]$ ステップ状に変化させた時の応答になる。このときの最適レギュレータ理論の重みは PI において $Q = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1\}, R = 1$, PID において $Q = \text{diag}\{100, 100, 100, 100, 100, 100\}$ である。

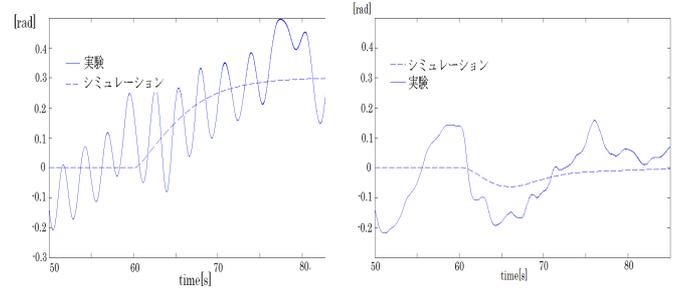


図 3 ピッチ角 (PI)

図 4 ヨー角 (PI)

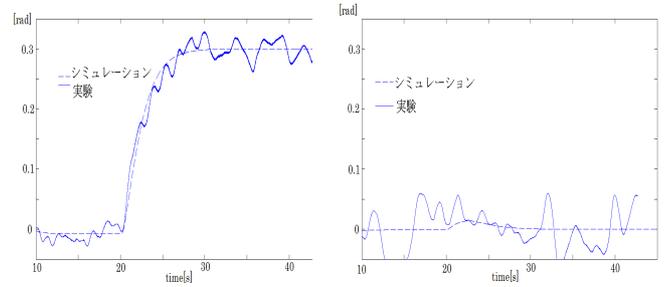


図 5 ピッチ角 (PID)

図 6 ヨー角 (PID)

6 検証と今後の課題

従来の PI, PID 制御に現代制御理論のアプローチを加えることにより、コントローラを設計し理論の検証ができた。PI と PID 制御ではシミュレーション上では大きな変化はみられなかった。しかし実験を行うことにより 2 つに大きな差がみられた。よってシステム同定を行う必要があると考えられる。また、 H_∞ 理論で設計ができるか検証することも検討する必要がある。

参考文献

- [1] Tatsuya Sakamoto, Hiroshi Katayama and Akira Ichikawa: Attitude Control of a Helicopter Model by Robust PID Controllers. (2006)
- [2] 小川尚久: 卒業論文『2 入力 2 出力ヘリコプタのヘリコプタ』-極配置による制御系設計-。南山大学数理工学部情報システム数理工学部, 2009
- [3] 田村健一, 志水清孝: 『PID 制御における多変数系の固有値配置法』, システム制御情報論文誌, Vol.9, No.5, P193/202, 2006