

最適レギュレータを用いた2次元平面上における球の軌道制御

2007MI055 堀将之

指導教員：高見勲

1 はじめに

近年、ビジュアルフィードバックを用いた制御の研究はさらに注目を浴びようになってきており、現在では多くの分野でその有用性が示されてきている [1] . その背景の中、本研究は2次元ボールバランサ (以下、2DBB と略す) を制御対象とする .

本研究で取り上げる 2DBB は非線形モデルの代表であるボール&ビームの制御問題を2次元に拡張した問題であると考えられることができる [2] . ボール&ビームでは電圧情報から検出を行っていたが 2DBB ではその手法では検出できないため CCD カメラを用いてビジュアルフィードバックを行う .

2 制御対象

2DBB の制御モデルを図 1 に示す . なお、この図は x 軸についての断面図であり、 y 軸についても同様である .

また図 2 は 2DBB の平衡盤を傾ける原動力となる SRV02 を示した制御モデルである . この機構についても x 軸、 y 軸それぞれのギアが独立して存在する .

電圧を加えるとロードギアが傾き、平衡盤を経てボールに加速度を与える .

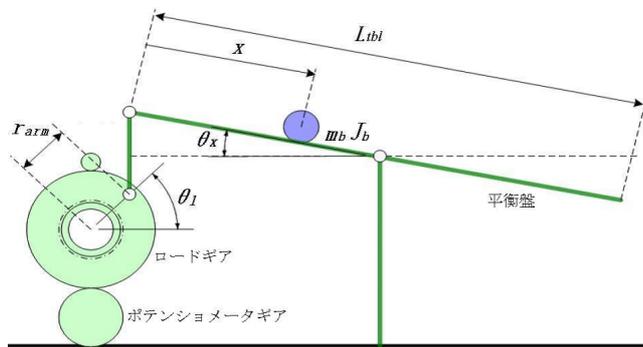


図 1 2DBB システムの概略図

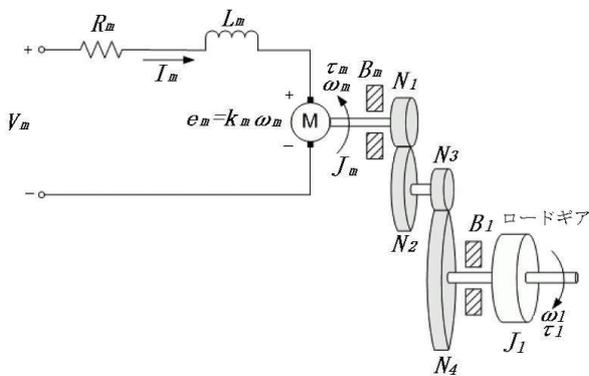


図 2 モーターシステムの概略図

3 モデリング

状態空間表現を

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y = Cx(t) \quad (2)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \theta_x & \dot{\theta}_x & y & \dot{y} & \theta_y & \dot{\theta}_y \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

とすると以下ようになる [2] .

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} x_2 \\ F(x_1x_4^2 + x_4x_5x_8 - 2g\frac{r_{axm}}{L_{tbl}} \sin x_3) \\ x_4 \\ -\frac{B_{eq}}{J_{eq}}x_4 \\ x_6 \\ F(x_5x_8^2 + x_1x_4x_8 - 2g\frac{r_{axm}}{L_{tbl}} \sin x_7) \\ x_8 \\ -\frac{B_{eq}}{J_{eq}}x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{A_m}{B_{eq}R_m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{A_m}{B_{eq}R_m} \end{bmatrix} u(t) \quad (5)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T x(t) \quad (6)$$

ただし $F = \frac{m_b J_b}{m_b + \frac{J_b}{r_b^2}}$, $u(t)$ は入力電圧, J_b は球の慣性モーメント, r_b は球の半径, B_{eq} は等価粘摩擦係数, J_{eq} は等価粘摩擦係数, A_m は $\eta_g K_g \eta_m k_t$ であり, η_g, η_m はギア効率, モータ効率, K_g はギア比, k_t は電流のトルク定数である .

4 制御理論と制御系設計

4.1 最適レギュレータ理論

最適レギュレータ理論は式 (1), (2) に示される可制御可観測のシステムにおいて、次に示す評価関数

$$J = \int_0^{\infty} \{x(t)^T Q x(t) + Ru(t)^2\} dt \quad (7)$$

を最小にする制御入力を求める理論である . 入力量と制御性能の妥協を図ることができ、過大な入力に致命的となる系において有用である . この際の制御入力は

$$u(t) = -R^{-1}B^T P x(t) \quad (8)$$

となり、この式中の P は n 次正方行列であり、次に示すリカッチ行列方程式の唯一かつ正定対称な解である .

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (9)$$

ただし、 R, Q は正定行列である .

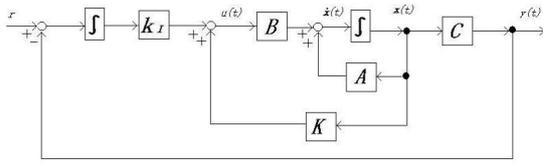


図 3 基本ブロック線図

4.2 拡大系理論

図 3 に実験で用いる偏差の積分の項を加えた拡大系の基本ブロック線図を示す．入力が偏差の積分も考慮するようになるため追従性能の向上が見込まれる．

4.3 ゲインの導出

最適レギュレータでゲインを求める際に用いる状態空間表現は以下ようになる．

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (10)$$

ただし $w(t)$ は偏差の積分の項である．ここで式 (5),(6) の行列 A, B, C を用いてゲインを求める．なお，

$$Q = \text{diag} \left(120 \quad 200 \quad 0 \quad 0 \quad 250 \right), R = 1 \quad (11)$$

を用いた．

5 結果と考察

5.1 シミュレーションと実験の結果

求めたゲインを用い，非線形シミュレーションと実機での実験を行った．

シミュレーション，実験ともに初期値を原点とし，円軌道为目标とするため $x = 0.05 \sin \frac{\pi}{10} t, y = 0.05 \cos \frac{\pi}{10} t$ の目標値信号を使用した．なお，円軌道の周期は 20 秒である．

図 4 にシミュレーション結果を示す．

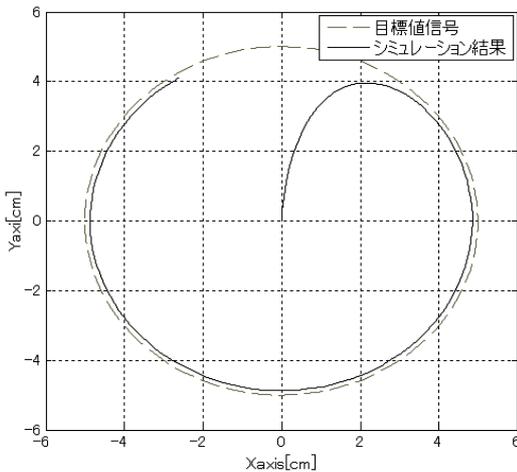


図 4 シミュレーション結果

図 5 に実験結果を示す．

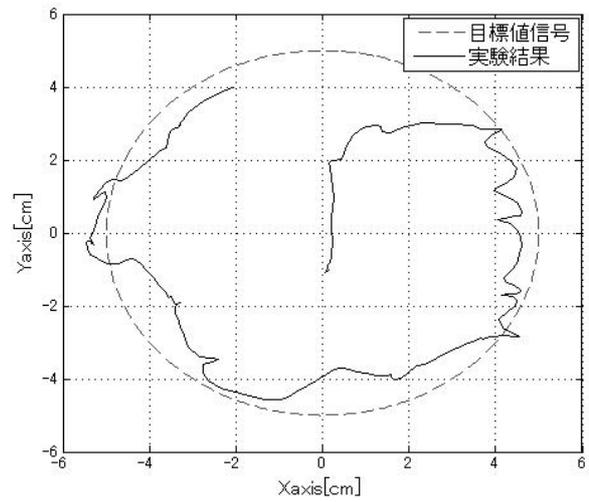


図 5 実験結果

5.2 考察

得られた結果はシミュレーションと大きく異っている．この原因は主に以下にあると考えられる．

- 球の静止摩擦がモデリングできていないため，ある程度傾くと急に動きだす点
- ギアや平衡盤の静止摩擦の影響で微小な角度が実現できていない点
- 制御対象の球が完全な球体ではないため動かしたい向きとは微妙に誤差が出る点

6 終わりに

6.1 成果

- 2DBB と SRV02 を一つのシステムとして捉え，それをモデル化できた
- 最適レギュレータと拡大系を組み合わせた理論を適用し，モデルを生成できた．
- CCD カメラの特徴を考慮し，それをモデルへと組み込むことができた．

6.2 課題

- 誤差を抑えるための摩擦力などの組み込み
- 追従性能をさらに上げるためのゲインの選定
- 様々な制御対象，外乱を用いた検証

参考文献

- [1] F. Chaumette and S. Hutchinson: " Visual Servo Control, Part I: Basic Approaches "IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006.
- [2] Xingzhe Fan, Naiyao Zhang and Shujie Teng: Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme. Elsevier B.V., 2003.