

H 制御によるクレーンの外乱抑制制御

2007MI052 本多淳也

指導教員：高見勲

1 はじめに

制御系には外乱抑制機能と目標値追従機能の2つの機能が要求される。本研究ではクレーンを制御対象に用いる。このクレーンはタワーの旋回、トロリーの並進、スチールケーブルの上下の3つの運動を操作することができる。そこでクレーンに風を意図する外乱を印加する。H制御理論により、モデルの不確かさや風に対する外乱抑制を保証しつつ、スチールケーブルの長さを変えた後でもペイロードの位置を指定した目標値へと追従できるようなロバストな制御を行っていく。

2 制御対象

真横から見たクレーンのジブシステムモデル導出のための簡略図を図1に示す。本研究では、タワーの角度は固定する。風による外乱 τ_i [N・m] をペイロードの進行方向正面に向かっておく。スチールケーブルの長さ l_p [m] を変えた後、ペイロードの位置 x_p [m] を制御する。この制御対象はジブモータの電流 I_{mj} [A] により、ペイロードの振動を抑制することができ、トロリーの位置 x_t [m] とスチールケーブルの振れ角 γ [rad] はセンサーで計測できる。出力 x_p [m] は $\gamma(t)$ を微小とし近似線形化した $x_p(t) = x_t(t) - l_p \gamma(t)$ で与えられる。

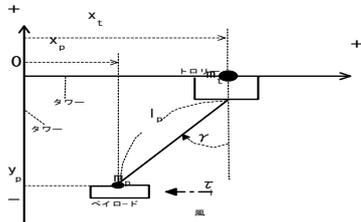


図1 モデル

3 モデリングと一般化力

クレーンのジブシステムは複雑な構造の力学系のため、ラグランジュの運動方程式を用いて微分方程式を導いた。一般化座標は $x_t(t), \gamma(t)$ とし、一般化力をモータの電流からトロリーに加わる力 Q_1 、風によりジブモータのトルクに加わる力 Q_2 とした。状態量を $x(t) = [x_t(t) \ \gamma(t) \ \dot{x}_t(t) \ \dot{\gamma}(t)]^T$ 、入力 $u(t) = I_{mj}$ 、外乱 $w(t) = \tau_i$ としたときの状態空間表現は次式となる。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.70 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11.51}{l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{18.26}{l_p} \\ \frac{18.26}{l_p} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1.18}{l_p^2} \\ \frac{7.98}{l_p^2} \end{bmatrix} w(t)$$

$$y(t) = [1 \quad -l_p \quad 0 \quad 0] x(t) \quad (1)$$

3.1 一般化力

一般化力 Q_2 (風による外乱 τ_i) の物理モデルを導出する。風が物体に当たると風による圧力 (風圧 [N]) が生じる。

風圧は空気密度 ρ [kg/m³] と風速 v [m/sec] の2乗に比例する。これに受風面積 S [m²] とスチールケーブルの長さ l_p [m] を乗じたものがペイロードに加わる力 τ_i [N・m] となる。よって、 τ_i [N・m] は下式 (2) のようにあらわされる。 $\rho = 1.2, v = 15, S = 0.001$ とする。

$$\tau_i = \frac{1}{2} \rho v^2 S l_p \quad (2)$$

4 LMIによる多目的制御

4.1 H_∞ 制御

制御対象は図3に示した一般化制御対象 $G(s)$ である。本研究では、ペイロードの目標値を 0.3m とし、スチールケーブルの変動は $0.3 \leq l_p \leq 0.8$ とする。 $l_p = 0.55$ のときをノミナルプラント P_{55} とし、それ以外を集合的に捉えた摂動プラント P_s とする。特に $l_p = 0.3, 0.8$ のときの摂動プラント P_s をそれぞれ P_{s3}, P_{s8} とする。 l_p の変動による乗法的な不確かさは $\Delta_m = (P_s/P_{55}) - 1$ と与えられ、 Δ_m のゲインピークを無視して覆う、ロバスト安定性を補償するための相補感度関数を W_t とする。 W_t は $W_t = \frac{s+0.001}{s+10}$ とした。また、制御偏差の積分器に対する重みを W_e 、制御入力に対する重みを W_u 、プラント P の状態量に対する重みを W_x とおく。ここで、 P, W_t, W_e の状態空間表現の係数をそれぞれ $A_n, B_{n1}, B_{n2}, C_n, D_n, A_t, B_t, C_t, D_t, A_e, B_e, C_e, D_e$ とする。

4.2 LMI 状態フィードバック制御

一般化制御対象 $G(s)$ は次式 (3) である。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z_1(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ z_2(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (3)$$

$G(s)$ の状態変数 x は $x = [x_n \ x_e \ x_t]^T$ 、評価出力 $z_1 = z_t, z_2 = [z_e \ z_u \ z_x]^T$ である。このシステムは可安定、可検出である。制御側は $u(t) = -Kx(t), K \in R^{m \times n}$ の状態フィードバックとする。

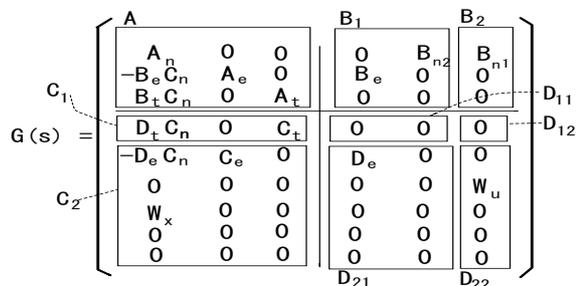


図2 一般化制御対象の係数の取り方

フィードバックゲインの導出には、LMI (Linear Matrix Inequality: 線形行列不等式) を利用した。目標値 w から z_1 までの閉ループ伝達関数を $G_{z_1w}(s)$ 、 w から z_2 までの

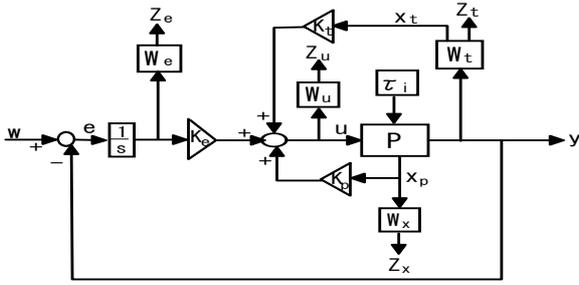


図3 一般化制御対象

閉ループ伝達関数を $G_{z2w}(s)$ とおくと、多目的制御問題は次のように定義できる [1] [2] . ある与えられた正の実数 γ_1, γ_2 に対し、次式を満たすフィードバックゲイン K を求める .

$$\|G_{z1w}(s)\|_{\infty} < \gamma_1, \|G_{z2w}(s)\|_{\infty} < \gamma_2 \quad (4)$$

係数を図2のように取ると、ロバスト安定に関する評価出力 z_1 の LMI は

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T - B_2M - (B_2M)^T & B_1 & (C_1X - D_{12}M)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X - D_{12}M & D_{11} & -\gamma_1^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

となり、制御性能評価に関する評価出力 z_2 の LMI は

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T - B_2M - (B_2M)^T & B_1 & (C_2X - D_{22}M)^T \\ B_1^T & -I & D_{21}^T \\ C_2X - D_{22}M & D_{21} & -\gamma_2^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

となり、複素平面において $(-c, 0)$ 、半径 r の円領域に極を配置する極配置仕様に関する LMI は ($c = 50, r = 55$ と指定)

$$\begin{bmatrix} c(AX - B_2M) + c(AX - B_2M)^T + (c^2 - r^2)X & AX - B_2M \\ (AX - B_2M)^T & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

となる . これら 3 つの LMI を満たす $X > 0$ と M を求めれば、フィードバックゲイン K は $K = MX^{-1}$ となる . フィードバックゲイン K は次式となった .

$$K = [-16.38 \quad -20.25 \quad -8.89 \quad 2.58 \quad 8.65 \quad 19.46] \quad (8)$$

5 シミュレーションと実験

実験では、扇風機 (風速: 10[m/s] 前後) による風の外乱が観測できるほどの影響を与えなかったため、実験機モデルの中を操作して疑似の外乱を加えるものとした . その際、目標値信号にパルス波を加えた . なお、シミュレーションでも等価にしている .

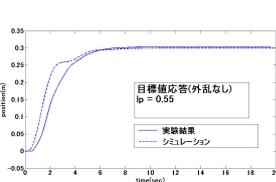


図4 目標値応答の比較

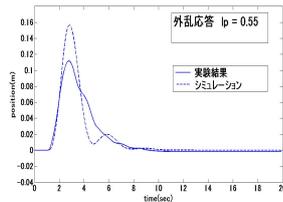


図5 外乱応答の比較

図4, 図6は x_p の目標値を 0.3m に、図5, 図7は x_p の

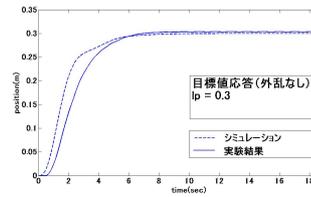


図6 目標値応答の比較

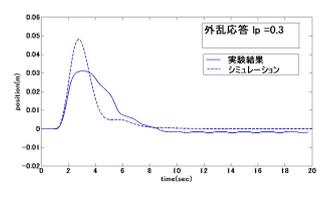


図7 外乱応答の比較

目標値を 0m にした時の目標値応答と外乱応答である . 目標値応答を見ると、シミュレーションの方が実験よりも立ち上がりは速いが、振動が大きいこと、どちらもほとんど定常偏差なく収束していることが分かる . 外乱応答を見ると、最高点で約 0.02m ~ 0.03m ほどシミュレーションの方がペイロードが前進していることが分かる . これは、トロリーとアームの間の摩擦を考慮していないことが原因だと推測される .

当初の H_{∞} 制御での設計では、極とフィードバックゲインのバランスがとれず、特に極が左反平面に属しているものの支配極と一番遠い極が離れ過ぎていてハイゲインフィードバックになり、良いシミュレーションが得られなかった . そこで、極配置仕様を満たす LMI を加えて、設計をおこなった . その後も 3 つの LMI 条件を満たすような多目的制御問題に取り組むこととなったため、やはり条件が厳しくローゲインになり、保守的なコントローラとなってしまうことが多かったり、チューニングの仕方です振動プラントの極が正になってしまった . 振動プラントの極が正になったのは W_t の決定で Δ_m のゲインピークを無視して設計を行ったためだと考えられる .

考察

- Δ_m のゲインピークを無視した設計はチューニングの効率を悪くする .
- Δ_m のゲインピークを無視しても結果的にロバスト性を保証できた .
- 多目的制御は所望の制御要求の LMI を設定しやすいため、自由度が大きく扱いやすい .
- 設計の効率を上げるため、 Δ_m を W_t で覆える設計の見直しが必要である .

6 おわりに

本研究では、LMI による多目的制御問題を解き、 H_{∞} 制御理論を用い、目標値追従機能と外乱抑制機能を満足するような制御系設計を、シミュレーションと実験により検証できた . 今後の課題としては、モデルの不確かさの改善のため、トロリーとアームの間の摩擦や振り子の減数振動を考慮する . また、実験で風による外乱を現実化することである .

参考文献

- [1] 藤森篤：ロバスト制御，コロナ社，110/199，(2001)
- [2] 川田昌克：ディスクリプタシステムの多目的制御系設計 冗長な座標空間を利用した多目的フィードバック制御，第2回 SICE 制御部門大会，pp187-192(2002)