H_∞ 制御理論を用いた２自由度ヘリコプタの姿勢制御
—ホバリング時における安定性—

2007MI006 天野弘道　2007MI203 佐々浩貴
指導教員：高見勲

1　はじめに

航空機の中でヘリコプタは, 非常に複雑な運動が可能な機体である. 例えば, 垂直上昇や垂直下降, 空中停止 (ホバリング) のほか, 機体の向きを保ちながら真横や後ろに進むこともできる. また宙返りなども出来る機体もある. このようなヘリコプタの特徴は国土が狭く, 山岳の多い地形に適している. そのため, 日本では航空機全体の約 45 パーセントを保有している. 人員や貨物の輸送などに利用されていることから, 高度な飛行技術を要する. そのような高度な技術が要する中で, バランスを崩してしまうような外からの影響 (風の影響や重量の変化, 気流の乱れなど) が加わることで墜落事故につながる恐れがある [3].

セットリング・ウィズ・パワー現象とはヘリコプタがホバリング (空中停止) 状態から真下に高度を下げた場合などに, メインローター (主回転翼＝ピッチ) から吹き下りる空気の流れから抜けだせなくなる現象である. 特に地面近くでは, ホバリング時に出来る風の流れで, 地面に向かった風が再び上昇し, 翼の上から再び下降し, その流れに機体が下方向に引っ張られる.

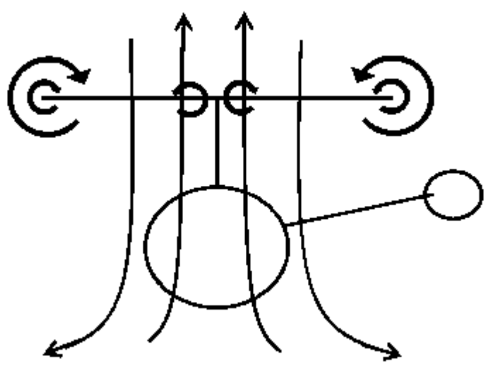

図 1　セットリング・ウィズ・パワーに入った状態

2　目的

そこで, 本研究では, このセットリング・ウィズ・パワー現象のように不定期に起こる風の外乱を直接メインローターに与えることにする. ロバスト制御理論のひとつであり, 現代制御のひとつである H_∞ 制御を用いることで, ホバリング時における安定性を保障し, 操縦者への負担を軽減できると考える. 急な風の影響に対しても制御性を保証するのが目的である.

3　制御対象

本研究では, ホバリング時における安定性を保障するため, その外部信号として, ラグランジェ運動方程式に w_θ,w_ψ を加える. 図 2 が 2 自由度ヘリコプタの概略図である.

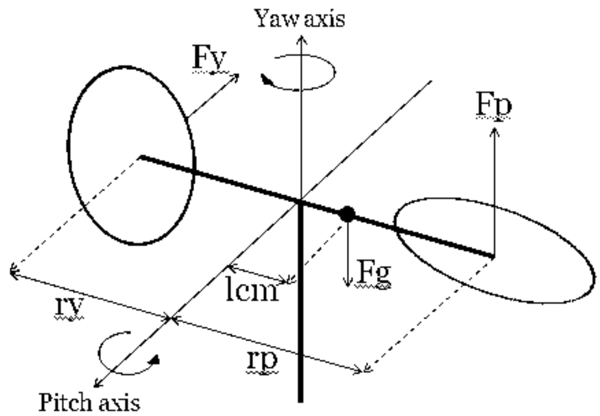

図 2　2 自由度ヘリコプタ概略図

ラグランジェ運動方程式を用いて非線形で表すと以下の結果になる.

$$\begin{aligned}(J_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2)\ddot{\theta} &= K_{pp} V_{m,p} + K_{py} V_{m,y} \\ &- B_p \dot{\theta} - m_{heli} l_{cm} \cos\theta \\ &- m_{heli} l_{cm}^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\psi}^2 - w_\theta \quad (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(J_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2 \cos\theta^2)\ddot{\psi} &= K_{yy} V_{m,y} + K_{yp} V_{m,p} - B_y \dot{\psi} \\ &+ 2 m_{heli} l_{cm}^2 \sin\theta \cos\theta \dot{\psi}\dot{\theta} - w_\psi \quad (2)\end{aligned}$$

状態ベクトルを x, 操作ベクトルを u, 外乱を $w_{\theta,\psi}$ とすると次式になる.

$$\begin{aligned} x &= [\theta \;\; \psi \;\; \dot{\theta} \;\; \dot{\psi}]^T \\ u &= [V_{m,p} \;\; V_{m,y}]^T \\ w_{\theta,\psi} &= [w_\theta \;\; w_\psi]^T \end{aligned}$$

上記のラグランジェ運動方程式を線形化し, 状態方程式, 出力方程式にしたものを以下に示す.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 u(t) + E w_{\theta,\psi} \\ y(t) &= Cx(t) + D_1 u(t) + D_2 w_{\theta,\psi} \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{j_{eq,p}+m_{heli}l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{j_{eq,y}+m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_{pp}}{j_{eq,p}+m_{heli}l_{cm}^2} & -\frac{K_{py}}{j_{eq,p}+m_{heli}l_{cm}^2} \\ -\frac{K_{yp}}{j_{eq,y}+m_{heli}l_{cm}^2} & -\frac{K_{yy}}{j_{eq,y}+m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{j_{eq,p}+m_{heli}l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{j_{eq,y}+m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$D_1 = 0 \ , \ \ D_2 = 0 \tag{7}$$

4 ロバスト制御

ロバスト制御では, 与えられたモデル集合に対して補償器 K を求めることを考える. その際,K には, モデル集合に含まれるすべての伝達関数に対して閉ループ系を安定 (ロバスト安定) にし, なおかつ, 可能な限り高い性能を達成することが要求される. 特にフィートバック補償器には, 外乱の影響を取り除いたり, モデル化誤差の影響を小さくすることが要求される [1].

H_∞ 制御理論は, 外部信号を抑制する制御系を構築するための制御理論である.H_∞ ノルムと呼ばれるノルムによって伝達関数を評価し, それをある値より小さくすることにより, 目的の性能を達成させるものである.[1] 与えられた伝達関数行列 $G(s)$ に対して, 図 3 で与えられる閉ループ伝達関数 (行列)$\Phi(s)$ が以下の条件

・$\Phi(s)$ は内部安定
・$||\Phi||_\infty < \gamma$

を満足するような補償器 $K(s)$ を求める問題を H_∞ 制御問題という.ω は外生入力,z は制御出力,u は制御入力,y は観測出力である. 図 3 の制御系を考える.w を外部信号,$w_{\theta,\psi}$ を実外乱,z を外乱の影響を抑えたい物理量に取る.u は制御入力,y は出力である [1]. 図 3 から一般化プラント $G(s)$ は次式になる.

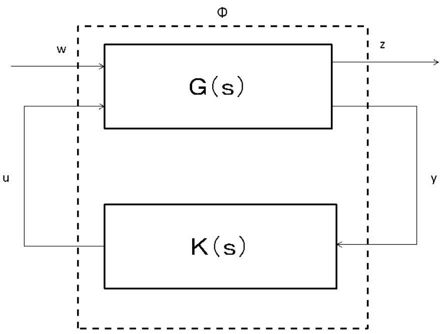

図 3 一般化プラント

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \omega \\ w_{\theta,\psi} \\ u \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$= \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ w_{\theta,\psi} \\ u \end{bmatrix} \tag{9}$$

ここで,H_∞ 制御問題の一般化プラント $G(s)$ に対する制御入力は

$$u = Ky \tag{10}$$

で与えられ, 閉ループ系を安定化し, 制御器 K を設計する.

5 制御系設計

本研究では, ヘリコプタが荷物を積むことによってパラメータが変動する. そこで, このパラメータ変動に対するロバスト安定性を保証する制御系設計をする.

荷物の影響が加わることで変動するのは, 制御対象のピッチ軸まわりの全慣性モーメント:$J_{eq,p}[kgm^2]$ である.$J_{eq,p} = 0.0384$ をノミナルプラント (P) とし,$0.0192 \leq J_{eq,p} \leq 0.0576$ の間を 0.00384 ずつ変動するのを摂動プラント P_1 とする.

ロバスト安定性を保証するための相補感度関数に対する重みを W_t, 偏差に対する重みを W_e, 制御入力を制限するための重みを W_u, 状態に対する重みを W_x とする.$G(s)$ の状態変数を $x_G = [x_p \ \ x_e \ \ x_t]^T$ とし, 評価出力 $z = [z_u \ \ z_x \ \ z_e]^T$ とする.

$$W_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad W_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$W_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad W_t = \frac{400s+2}{0.58s+6.8} \times \frac{1}{1800} \tag{12}$$

乗法的誤差の特異値プロットを図 4 に示す.

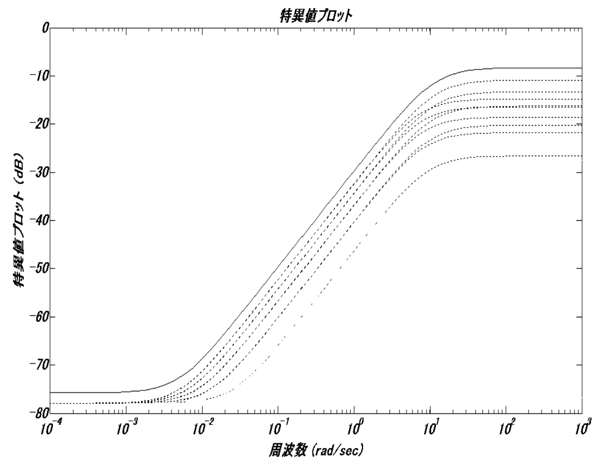

図 4 乗法的誤差の特異値プロット

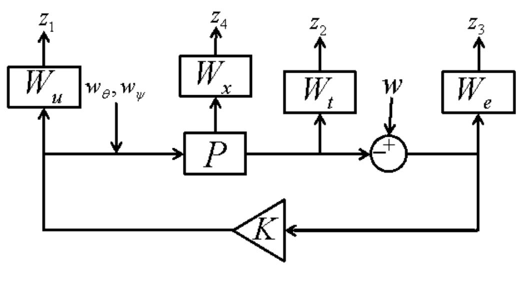

図 5 一般化制御対象

図 5 から一般化制御対象 $G(s)$ を定義する.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1\omega(t) + B_2u(t)$$
$$z(t) = C_1x(t) + D_{11}\omega(t) + D_{12}u(t)$$
$$e(t) = C_2x(t) + D_{21}\omega(t) + D_{22}u(t)$$

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_g & B_g \\ \hline C_g & D_g \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right]$$

$$G(s) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A_p & 0 & 0 & 0 & E & B_p \\ -B_eC_p & A_e & 0 & B_e & 0 & -B_eD_p \\ B_tC_p & 0 & A_t & 0 & 0 & B_tD_p \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_u \\ -D_eC_p & C_e & 0 & D_e & 0 & -D_eD_p \\ D_tC_p & 0 & C_t & 0 & 0 & D_tD_p \\ W_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

5.1 状態フィードバック制御の LMI 定式化

一般化制御対象 $G(s)$ を用いて

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t)$$
$$z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t)$$
$$y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t)$$

と与える.

制御側は $u(t) = -Fx(t), F \in R^{m \times n}$ の状態フィードバックとすると, 閉ループ伝達関数 $T_{zw}(s)$ は次式となる.

$$T_{zw}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A - B_2F & B_1 \\ \hline C_1 - D_{12}F & D_{11} \end{array}\right] \qquad (13)$$

したがって

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T - B_2M - (B_2M)^T & (C_1X - D_{12}M)^T & B_1 \\ C_1X - D_{12}M & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$M = FX, M \in R^{m \times n} \qquad (14)$$

を満たす $X > 0$ と M を求めれば, フィードバックゲイン F は次式となる [4].

$$F = MX^{-1}$$

5.2 制御系設計

本研究で取り扱うのはホバリング時における姿勢制御であるため, 外乱の影響を受けるのはピッチ方向のみとする. つまり,w_θ のみ (ピッチのみ) に値を入力する.

ここで速度圧 q は,ρ を空気密度, 速度が V とすると

$$q = \rho \cdot \frac{1}{2} V^2 \qquad (15)$$

となる.

今回取り上げた現象をトルクにかかる負担として考えたため, この速度圧に主翼 (ピッチ) のエンジンからの距離を掛けた力がピッチの角度を変えるものとした. ここではピッチの角度を 20 度までを限度とする. 本研究では風速を 15m/s としたときの力のモーメントを求める.

$$q = 1.18 \cdot \frac{1}{2} \cdot 15^2 = 132.75[N/m^2] \qquad (16)$$

このとき, メインローターの回転面積 S は, 実験器具のブレードの長さが 0.1[m] であったから

$$S = 0.1^2 \cdot \pi = 0.01\pi[m^2] \qquad (17)$$

ゆえ, ローターに加わる力 F_θ は

$$F_\theta = q \cdot S = 4.16835[N] \qquad (18)$$

また, 回転軸からの距離が 0.15[m] である. よって, もとめるトルク w_θ は

$$w_\theta = F_\theta \cdot 0.15 = 0.625[Nm] \qquad (19)$$

となる [2].

6　シミュレーションと実験

ホバリング時における状態は, ピッチ角 (θ) が $0[rad]$, ヨー角 (ψ) が $0[rad]$ のときである.

1) ホバリング時のシミュレーション結果が図 6 である.

$$W_u = 0.5 \tag{20}$$

$$\mathrm{W}_e = \begin{bmatrix} 0 & 1.5 \\ 1.5 & 0 \end{bmatrix} \quad W_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 \end{bmatrix} \tag{21}$$

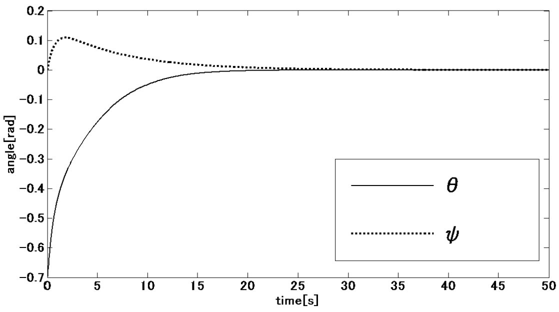

図 6　ホバリング状態

2) 外乱を加えたときのシミュレーション結果が図 7 である.

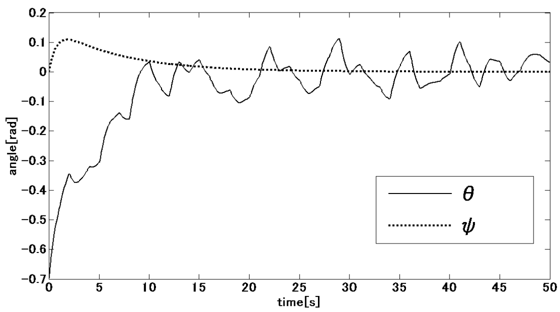

図 7　外乱を加えた結果

3) ホバリング時の実験結果が図 8 である.

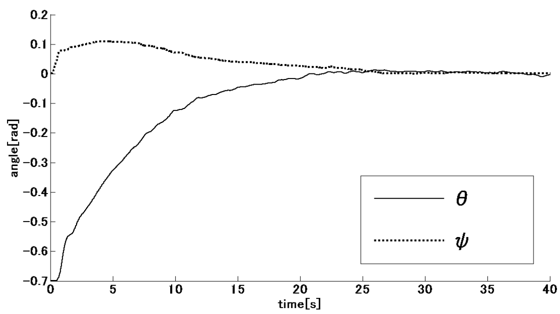

図 8　ホバリング状態

4) 外乱を与えたときのシミュレーションと実験結果を比較したものが図 9,10 である.

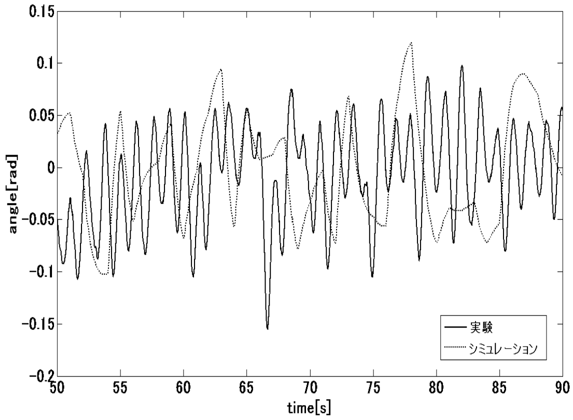

図 9　ピッチの比較結果

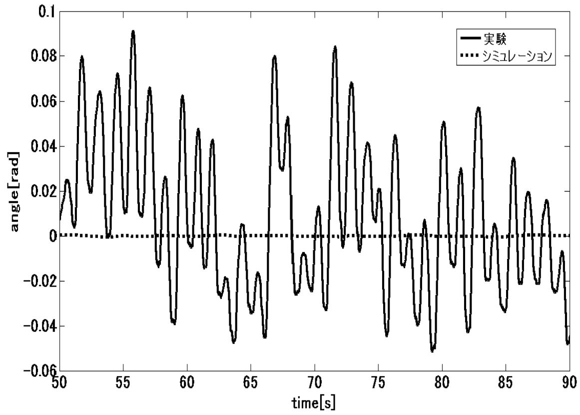

図 10　ヨーの比較結果

7　おわりに

状態変数に重みを置いたことによって, 従来より良好な外乱抑制機能を実現する設計方法を得ることができた. さらに, 極配置法に, よって過度のハイゲインフィードバックを防止し, 安定な制御系を実現することができた. また, 2 自由度ヘリコプタの実験によって, 手法の有効性を検証した.

参考文献

[1] 浅井　徹: 『ロバスト制御系設計入門』大阪大学大学院工学研究科.

[2] 飯野　明: 『よくわかる航空力学の基本-飛行機はなぜ飛ぶのか？-』. 株式会社平河工業社,(2009).

[3] 長島　知有 :『ようこそ　ヘリコプターの世界へ』. 株式会社タクト・ワン,(2006).

[4] 藤森　篤 :『ロバスト制御』. コロナ社,(2001).