人気アパレルショップにおけるセール時の待ち行列

2007MI003 相宮大輝　2007MI144 森玲子
指導教員：澤木勝茂

1　はじめに

待ち行列というのはコンビニ, スーパー, 銀行, 遊園地など日常の中で多く見かけるものである．そういった日常の中で普段からよく利用する服屋に注目してみた．学生, 特に女性は利用することも多いと思う．まず服屋でのサービスというのは, 商品を試しに着てみるための試着室の利用とレジでのお会計ということになる．普段は服屋でサービスを受けるために待たされるということは少ないかもしれないが, 低価格で人気のあるお店やセールの期間では客が行列を作っていることを見かける．特にサマーセールや年始の大きなセール時には 30 ％ ～ 50 ％といった大幅な値下げを行うためかなりの客が殺到し, 試着室とレジの両方で行列ができている．なので, セールの期間には仮設のレジや試着室を増やしたり, 利用制限を設けたりすることで客の待ち時間を減らすことができると考えた．

そこで本論文ではセール期間の休日の一日 (10:00～20:00) を研究モデルとする．研究の目標としては, 客の行列状態を通常営業の休日の行列状態により近似させること, 最適モデルはサービスを取り扱うための仮設のレジや試着室にかかる設備費用, 店員を増やした場合の人件費を考えたサービス費用と, 客が行列を見て諦めて他の店に行ってしまった場合を費用とした行列費用の和, この両者を考慮して決定する．4 つのモデルを比較して, 待ち行列理論を用いて平均待ち人数, 平均待ち時間を求め, さらにシミュレーションによる比較で最適なモデルを検討していく．

2　変数定義

- x ：レジの増設数
- y ：試着室の増設数
- μ_x：レジのサービス率 (分/人)
- μ_y：試着室のサービス率 (分/人)
- $\lambda_{x1}, \lambda_{x2}, \lambda_{x3}$：10:00～14:00, 14:00～18:00, 18:00～20:00 のレジの到着率 (人/分)
- $\lambda_{y1}, \lambda_{y2}, \lambda_{y3}$：10:00～14:00, 14:00～18:00, 18:00～20:00 の試着室の到着率 (人/分)
- $\lambda_{z1}, \lambda_{z2}, \lambda_{z3}$：10:00～14:00, 14:00～18:00, 18:00～20:00 の試着室サービスの終了率 (人/分)
- $P_{(n)}$:系の中に n 人いる確率
- L_q:平均待ち人数
- W_q:平均待ち時間

3　モデルの設定と定式化

3.1　モデルの説明

定式化の前にいくつかモデルについて定義する．

- 取り扱うサービスは試着室とレジの 2 つ
- 並んだら先着順にサービスを受ける
- 試着した客は商品を購入するものとする
- 試着後はレジ行列の最後尾に並ぶ
- 各到着率は指数分布に従うポアソン到着
- 各サービス率は指数分布に従う指数サービス

以上を踏まえて本論文では 4 つのモデルについて考える．各モデルとも平均待ち時間, 平均待ち人数を考えていく．

3.2　ポアソン到着の合成

レジでのサービスを受ける客には, 直接レジに来た客と試着室でのサービスを受けてからレジに来ている客とがいる．レジ, 試着室への客の到着がそれぞれ独立なポアソン到着で, 到着率は λ_x, λ_y, 試着室サービスの終了率を λ_z とする．直接レジに来た客, 試着室に来た客を α および β 人とし, レジの行列に n 人来る確率は,

$$
\begin{aligned}
P(n) &= \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda_t} \\
&= \frac{\{(\lambda_x + \lambda_z)t\}^n}{n!} e^{-(\lambda_x+\lambda_z)t} \qquad n = 0, 1, 2, \cdots
\end{aligned}
$$

となる．これは, 到着率が $\lambda_x + \lambda_z$ のポアソン到着を表している．よってレジの到着は, パラメータ $\lambda_x + \lambda_z$ に従うと考える．

3.3　モデル 1

モデル 1 では, 試着室 1 つ, レジ 1 つといった通常と同じシステムを考える．
このモデルでのレジ, 試着室の平均待ち人数, 平均待ち時間をそれぞれ $L_{q(x1)}$,$L_{q(y1)}$,$W_{q(x1)}$,$W_{q(y1)}$ とする．

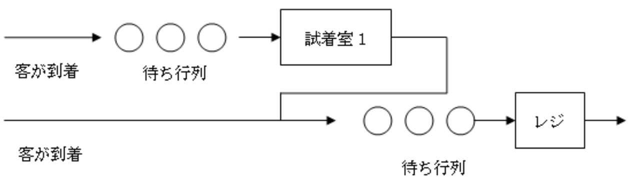

図 1　モデル 1

レジ, 試着室ともに M/M/1(∞) に従う．
＜レジ＞

$$L_{q(x1)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{(\lambda_{xi}+\lambda_{zi})^2}{\mu_x\{\mu_x-(\lambda_{xi}+\lambda_{zi})\}} \tag{1}$$

$$W_{q(x1)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{(\lambda_{xi}+\lambda_{zi})}{\mu_x\{\mu_x-(\lambda_{xi}+\lambda_{zi})\}} \tag{2}$$

＜試着室＞

$$L_{q(y1)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}^2}{\mu_y(\mu_y-\lambda_{yi})}$$

$$W_{q(y1)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_{yi}}L_{q(y1)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}}{\mu_y\{(\mu_y-\lambda_{yi})}$$

3.4　モデル 2

モデル 2 では, 試着室 2 つ, レジ 1 つといったシステムを考える. このモデルでのレジ, 試着室の平均待ち人数, 平均待ち時間をそれぞれ $L_{q(x2)}$,$L_{q(y2)}$,$W_{q(x2)}$,$W_{q(y2)}$ とする.

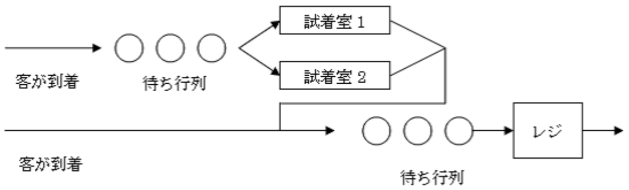

図 2　モデル 2

レジは M/M/1(∞), 試着室は M/M/2(∞) に従う.
＜レジ＞
$L_{q(x2)}$,$W_{q(x2)}$ はそれぞれ, 式 (1), (2) に従う.
＜試着室＞

$$L_{q(y2)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}^3}{\mu_y(4\mu_y^2-\lambda_{yi}^2)} \tag{3}$$

$$W_{q(y2)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}^2}{\mu_y(4\mu_y^2-\lambda_{yi}^2)} \tag{4}$$

3.5　モデル 3

モデル 3 では, 試着室 3 つ, レジ 1 つといったシステムを考える. このモデルでのレジ, 試着室の平均待ち人数, 平均待ち時間をそれぞれ $L_{q(x3)}$,$L_{q(y3)}$,$W_{q(x3)}$,$W_{q(y3)}$ とする.

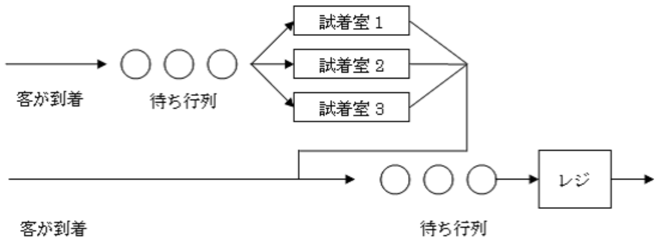

図 3　モデル 3

レジは M/M/1(∞), 試着室は M/M/3(∞) に従う.
＜レジ＞
$L_{q(x3)}$,$W_{q(x3)}$ はそれぞれ, 式 (1), (2) に従う.
＜試着室＞

$$L_{q(y3)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}^4}{\mu_y(3\mu_y-\lambda_{yi})(\lambda_{yi}^2+4\lambda_{yi}\mu_y+6\lambda_{yi}^2)}$$

$$W_{q(y3)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\lambda_{yi}^3}{\mu_y(3\mu_y-\lambda_{yi})(\lambda_{yi}^2+4\lambda_{yi}\mu_y+6\lambda_{yi}^2)}$$

以上の 3 つのモデルの定式化については文献 [2] を参照.

3.6　モデル 4

モデル 4 では, 試着室において利用制限を設けたシステムを考える. このモデルでのレジ, 試着室の平均待ち人数, 平均待ち時間をそれぞれ $L_{q(x4)}$,$L_{q(y4)}$,$W_{q(x4)}$,$W_{q(y4)}$ とする. また, 試着室の数は 2 部屋とする.

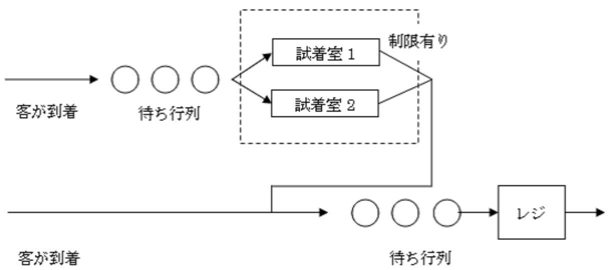

図 4　モデル 4

レジはこれまでと同様, M/M/1(∞) に従う. 試着室は利用時間に制限があるので一様サービスになる. なので式は M/G/2(∞) を考えたいのだが, この式はまだ数学的には解析されていない. そこで M/G/1(∞) は解析されているため参考として式を表示する. [1] 参照

数値結果はシミュレーションですべて出したものである.
＜レジ＞
$L_{q(x4)}$,$W_{q(x4)}$ はそれぞれ, 式 (1),(2) に従う.
＜試着室＞

$$L_{q(y4)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\lambda_{yi}W_{q(y4)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\rho_i^2(1+c^2)}{2\mu_y(1-\rho_i)}$$

$$W_{q(y4)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\rho_i(1+c^2)}{2\mu_y(1-\rho_i)}$$

$$\rho_i = \frac{\lambda_{yi}}{\mu_y} \qquad c^2 = \frac{Var(\text{サービス時間})}{E(\text{サービス時間})}$$

また, 利用時間ではなく試着室に持ち込むことができる商品数に制限を設けることも可能だと考え, こちらも考察する. この場合, レジは M/M/1(∞) に, 試着室は M/M/2(∞) に従うので

＜レジ＞

$L_{q(x4)}$,$W_{q(x4)}$ はそれぞれ, 式 (1),(2) に従う.

＜試着室＞

$L_{q(y4)}$,$W_{q(y4)}$ はそれぞれ, 式 (3),(4) に従う.

4 数値計算とシミュレーション

まず始めに試着室数を変化させたモデル 1, 2, 3 を比較する, 平均待ち人数, 時間の数値計算の結果を以下の表 1 にまとめて表す.

表 1

モデル	サービス	平均待ち人数	平均待ち時間
モデル 1	試着室	40.67(人)	438.49(分)
	レジ	24.47(人)	43.47(分)
モデル 2	試着室	19.81(人)	119.98(分)
	レジ	56.12(人)	92.92(分)
モデル 3	試着室	4.69(人)	17.06(分)
	レジ	66.77(人)	119.19(分)

さらに時刻と待ち人数についてシミュレーションをした結果を以下の図 5 に表す.

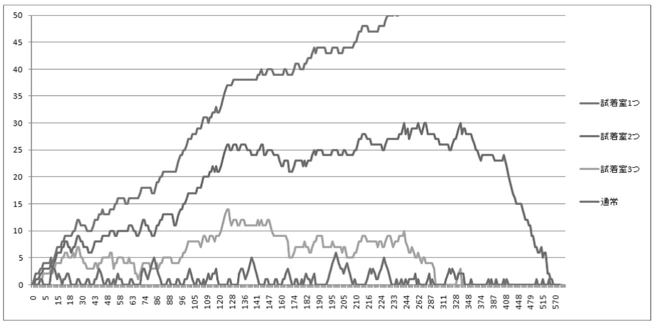

図 5 モデル 1,2,3 の比較 試着室

次はモデル 4 について制限時間を変化させた場合を比較する.

表 2

制限時間	サービス	平均待ち人数	平均待ち時間
10 分	試着室	11.66(人)	34.08(分)
	レジ	61.51(人)	109.96(分)
9 分	試着室	9.19(人)	26.46(分)
	レジ	63.88(人)	114.15(分)
8 分	試着室	6.22(人)	16.86(分)
	レジ	66.55(人)	118.74(分)
7 分	試着室	3.14(人)	6.60(分)
	レジ	68.83(人)	122.98(分)

さらにシミュレーションをした結果を以下の図 6 に表す.

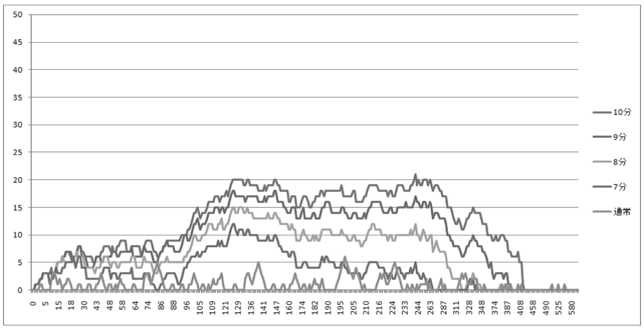

図 6 制限時間による比較 試着室

以下は持ち込む商品数に制限を設けた場合の比較である.

表 3

制限枚数	サービス	平均待ち人数	平均待ち時間
3 枚	試着室	55.57(人)	260.48(分)
	レジ	16.37(人)	22.28(分)
2 枚	試着室	37.55(人)	140.81(分)
	レジ	32.99(人)	51.96(分)
1 枚	試着室	12.84(人)	10.66(分)
	レジ	59.83(人)	107.07(分)

シミュレーション結果を以下に示す.

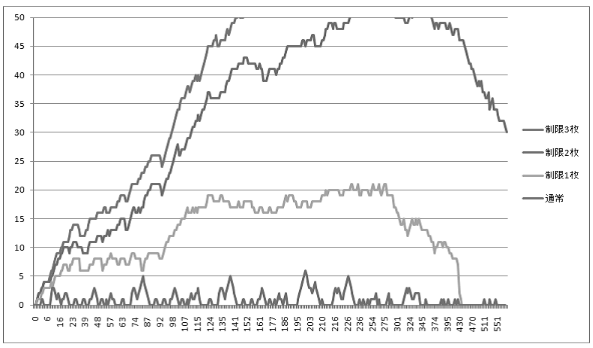

図 7 枚数制限

5　最適モデルの検討

5.1　各モデルの比較

いくつかのモデルを数値計算とシミュレーションによって比較してきたが, まず最適モデルとなり得る候補を選出する．シミュレーションの図を比較すると, 試着室を 3 部屋にしたモデル 3, モデル 4 の利用制限を 7 分にしたモデル, また試着室に持ち込むことのできる商品数を 1 つにしたモデルの 3 つがより通常に近付いている．そこでこの 3 つを候補とし, レジについても考察, 改善する．今候補となっているモデルのレジのシミュレーションを以下の図に表す.

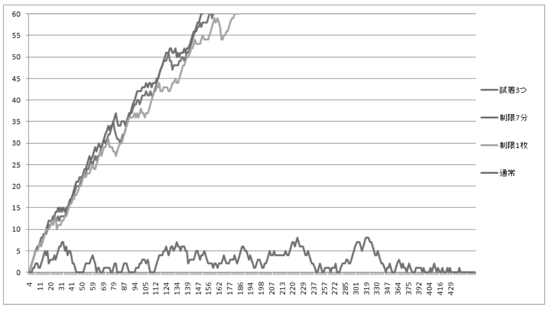

図 8　候補となるモデルのレジ

このようにレジでの待ちが大きくなっているので, 仮設のレジを設けてレジを 2 つにして M/M/2(∞) のシステムにした結果を以下に表す.

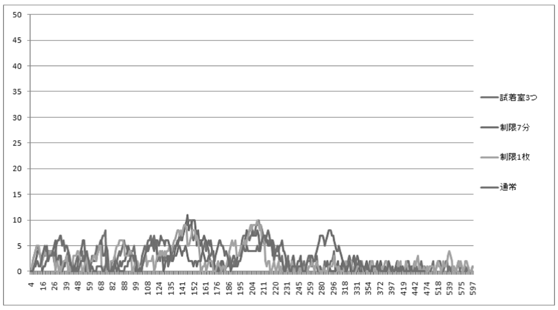

図 9　改善後のレジ

5.2　コストについて

改善可能と判断した各モデルの総コストを比較することにより最適モデルを決定する．なお, ここでは総コストが最も低いものを最適と考える．ここで総コストはレジ, 試着室にかかる費用, 従業員の人件費, 待ち時間が長くて帰ってしまった客の損失の和とする．ここでコスト計算において以下の定義を加える.

- $C_{(1)}$,$C_{(2)}$,$C_{(3)}$：設備費用, サービス費用, 行列費用
- C_1,C_2,C_3：モデル 3, モデル 4 の時間制限 7 分, モデル 4 の枚数制限 1 枚の総コスト
- c_x：仮設のレジ 1 台の設置費用, c_y：試着室 1 部屋の設置費用
- s：従業員の人数, w：1 人当たりの時給
- k：帰った客が買うはずだった商品の総数, A：商品の値段の平均
- 客は試着室で 20 分以上待ちがあると帰ってしまうものとする
- 客が商品を何枚買うかはレジでかかった時間によるものとする
- 従業員は試着室, レジの数 +2 人いるものとする
- 従業員は 1 日で 9 時間の労働をするものとする

5.3　コストの定式化と計算

$$C_{(1)} = xc_x + yc_y \quad C_{(2)} = 9sw \quad C_{(3)} = At$$

以下計算では $c_x = 2170,\ c_y = 1700,\ w = 1000,\ A = 3000$ は共通である．これを用いて各モデルのコストを計算する.

- モデル 3　$x = 1,\ y = 2$

$$C_1 = 2c_x + 3c_y + 9sw + Ak$$

  $s = 3,\ k = 22$
  変数をすべて代入し, $C_1 = 98570$

- モデル 4　制限 7 分　$x = 1,\ y = 1$

$$C_2 = 2c_x + 2c_y + 9sw + Ak$$

  $s = 2,\ k = 15$
  変数をすべて代入し, $C_2 = 66870$

- モデル 4　制限 1 枚　$x = 1,\ y = 1$

$$C_3 = 2c_x + 2c_y + 54w + Ak$$

  $s = 2,\ k = 34$
  変数をすべて代入し, $C_3 = 123870$

6　おわりに

今回, セール時に通常状態で営業した場合をまず検証した．それから改善モデルを考え, 待ち時間, 待ち人数, コストの面を考え最適モデルを決定した．行列費用についてモデル 3 が最小にならなかったのは, 利用制限がなく長く利用する客もいたためこのような結果になったと考えられる．この結果から行列は, サービス時間がより一定であるほどスムーズに流れていくと分かった．また, 最も忙しい時間帯のみ従業員を増やすなど, シフトの細かい調整をすることによってさらにコスト削減が可能と分かった.

参考文献

[1] 待ち行列モデル M/G/1 とは-ＯＲ事典 Weblio 辞書 http://www.weblio.jp/content/%E5%BE%85%E3%81%A1%E8%A1%8C%E5%88%97%E3%83%A2%E3%83%87%E3%83%AB+M/G/1

[2] 小和田 正, 沢木 勝茂, 加藤 豊:『ＯＲ入門　意思決定の基礎』, 実教出版株式会社 (1984)