

# 受動的動歩行機の安定性解析と設計

2006MI180 竹内稔人

指導教員: 大石泰章

## 1 はじめに

ロボットが人間に都合よく作られた環境で作業する場合、二足歩行ができると有利である。ロボットの歩行は静歩行と動歩行に分けられる [1]。静歩行は常に安定な姿勢を保ちながら移動する歩行であり、動歩行はロボットが倒れこむ運動を利用する歩行である。動歩行の特に高効率な歩行が McGeer の受動的動歩行である。過去の研究から、受動的動歩行が実現可能な初期状態は比較的狭い領域に存在している場合が多いとされている [2]。このことから外乱に対して弱く、安定した歩行を実現させることが難しい。本研究では、ポアンカレ写像の固有値に基づいて安定性の高い受動的動歩行機を設計することを考える。

## 2 コンパス型の受動的動歩行機

本節では本研究で対象とするコンパス型の受動的動歩行機についてその運動方程式を求める。図 1 に示すようなコンパス型のロボットを考える。接地している側の脚を支持脚、もう一方の足を遊脚と呼ぶ。胴体部分の質量を  $M[\text{kg}]$  とし、脚部は先端に  $m[\text{kg}]$  の集中荷重があるものとしてリンク部分の質量は無視できるとする。脚の長さを  $l[\text{m}]$ 、傾斜路の斜度を  $\gamma[\text{rad}]$ 、斜面の法線に対する支持脚の角度を  $\theta[\text{rad}]$ 、支持脚に対する遊脚の角度を  $\phi[\text{rad}]$  とする。股関節部分の回転摩擦はないものとする。歩く順序を図 1 の①から⑥に示す。支持脚と遊脚が入れ替わり、坂道を下る受動的動歩行を示している。

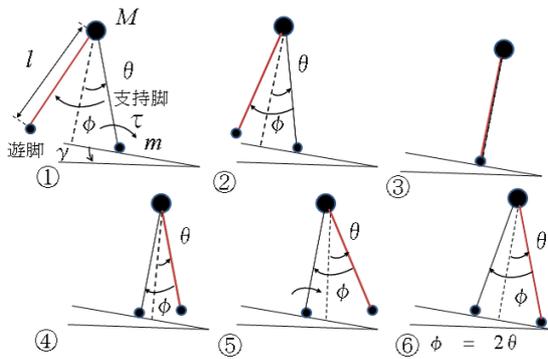


図 1 コンパス型の受動的動歩行機

一方の脚のみが接地しているときの Lagrange の運動方程式は以下ようになる [3]:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = M_\phi \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ml^2(\sin \phi)(2\dot{\phi} - \dot{\theta})\dot{\phi} \\ -ml^2(\sin \phi)\dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Mgl \sin(\theta - \gamma) + mgl\{\sin(\theta - \phi - \gamma) - \sin(\theta - \gamma)\} \\ -mgl \sin(\theta - \phi - \gamma) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし

$$M_\phi = \begin{bmatrix} Ml^2 + 2ml^2(1 - \cos \phi) & -ml^2(1 - \cos \phi) \\ -ml^2(1 - \cos \phi) & ml^2 \end{bmatrix}$$

である。

遊脚が地面と接地すると、遊脚と支持脚が入れ替わり状態が不連続に遷移する。遷移の仕方は幾何学的条件と遊脚単体およびリンク系の角運動量保存則から求められ、次の式に従う:

$$\begin{bmatrix} \theta^+ \\ \dot{\theta}^+ \\ \phi^+ \\ \dot{\phi}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M \cos \phi^-}{M+m \sin^2 \phi^-} & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-\cos \phi^-)M \cos \phi^-}{M+m \sin^2 \phi^-} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta^- \\ \dot{\theta}^- \\ \phi^- \\ \dot{\phi}^- \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし添字 - および + はそれぞれ衝突直前および直後の状態を表すものとする。また、上記の衝突が起きるのは条件  $\phi = 2\theta$  が成り立つ時であり、これを衝突条件と呼ぶ。

このようにコンパス型の受動的動歩行機の動特性は非線形かつ不連続な状態遷移を含み、その安定性解析や設計は困難である。本研究ではシミュレーションによってポアンカレ写像を計算し、安定性解析と設計を行うことを考える。

## 3 ポアンカレ写像に基づく安定性解析と設計

### 3.1 ポアンカレ写像の定義

ポアンカレ写像とは、周期的なシステムにおいて、周期的な状態に加えた摂動が 1 周期後にどのような摂動に発展するかを示す写像である。摂動が十分小さい場合、ポアンカレ写像は線形と考えることができ、以下これを  $P$  とおく。ポアンカレ写像の固有値の絶対値がすべて 1 より小さければ安定である。したがって、安定性の指標としてポアンカレ写像の固有値の絶対値の最大値を使うことができ、以下これを  $\lambda_{max}$  と書く。

### 3.2 ポアンカレ写像の計算法

2 節で見たように、受動的動歩行機の動特性は非線形であり、状態の遷移も含むのでポアンカレ写像を解析的に求めることは難しい。そこで本研究では、ポアンカレ写像をシミュレーションに基づいて計算することを考える。

まず、適当な初期値から始めてシミュレーションを行い、状態変化が周期的になるようにする。その上で衝突直後の状態を  $x_0$  とし、これに摂動  $\Delta x$  を加えたものを初期値としてシミュレーションを行う。衝突直後の状態から  $x_0$  を引いたものを  $\widetilde{\Delta x}$  とする時、 $\widetilde{\Delta x} = P\Delta x$  が成り立つ。別の摂動  $\Delta x'$  に対して、同様のことを行えば  $\widetilde{\Delta x}' = P\Delta x'$  を得る。これら 2 式を合わせて

$$\widetilde{\Delta x}' - \widetilde{\Delta x} = P(\Delta x' - \Delta x) \quad (3)$$

を得るが、例えば、 $\Delta x = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ ,  $\Delta x' = \begin{bmatrix} -0.0001 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  とすれば、(3) 式より行列  $P$  の第 1 列が得られる。(  $\Delta x = P\Delta x$  のみから  $P$  の第 1 列を求めないのは状態  $x_0$  の影響を小さくするためである。) 同様のことを  $\Delta x = \begin{bmatrix} 0 & 0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ ,  $\Delta x' = \begin{bmatrix} 0 & -0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  について行えば  $P$  の第 2 列が得られ、以下同様にして第 3 列、第 4 列も計算して  $P$  全体を得る。

以上の計算を行うために刻み幅を 0.001[s] として、0[s] から 30[s] までシミュレーションを実行し、状態が周期的になるかどうか調べた。しかし、最後まで状態は周期的にならなかった。Runge-Kutta 法の刻み幅 0.001[s] が大きく、必ずしも刻んだ時刻において衝突条件  $\phi = 2\theta$  と一致しないため状態が周期的にならないと考えた。そこで、衝突直前のみ刻み幅を細かくすることをくり返し、十分  $\phi = 2\theta$  に近づけるシミュレータを作った所良い精度で周期的な状態を求めることができた。

### 3.3 解析と設計

文献 [3] では、胴体部分の質量  $M$ [kg] と脚部の先端の質量  $m$ [kg] の比である  $m/M$  に依存して安定性が変化すると述べている。本研究では  $M = 1$ [kg] と固定し、 $m$ [kg] を変化させ、ポアンカレ写像を用いて安定性の解析と設計を行う。

脚部の先端の質量  $m = 0.01$ [kg] から 0.001[kg] 刻みで  $m = 0.03$ [kg] まで  $m$  の質量を増加させる時、それぞれの  $m$ [kg] の値について 3.2 節の方法を用いてポアンカレ写像を求め、その固有値の絶対値の最大値  $\lambda_{max}$  を求めた。 $\lambda_{max}$  が小さい程、安定性が高いと考えられる。結果を図 2 に示す。

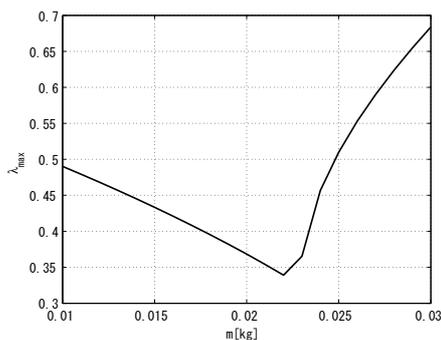


図 2 脚部の質量と安定性の関係

図 2 より、脚部の先端の質量が  $m = 0.022$ [kg] の時、 $\lambda_{max} = 0.3390$  となり最も安定性が高いということがわかった。また、少しの  $m$ [kg] の増加で安定性が顕著に変化することがわかった。

### 4 トルクの印加による安定性の向上

安定性を増すために、2 節の図 1 ①のように支持脚の踝部分にトルク  $\tau$  を加えることを考える。また、トルク  $\tau$

は衝突直後から次の衝突まで加え続ける。ここでは  $\tau$  を次のように定める：

$$\tau = k(x^+ - x_0). \quad (4)$$

$k$  は 1 行 4 列のベクトル、 $x^+$  は観測された衝突直後の状態、 $x_0$  は周期的な状態である。 $k$  を調節することによって、安定性の向上を図る。

$k = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix}$  として  $k_1$  を変化させ、 $k_2 = k_3 = k_4 = 0$  としてシミュレーションを行い、ポアンカレ写像を用いて安定性の解析と設計を行った。ここでは、 $m = 0.03$ [kg],  $M = 1$ [kg] を用いてシミュレーションを行い、ポアンカレ写像を求めて  $\lambda_{max}$  を計算した。結果を図 3 に示す。

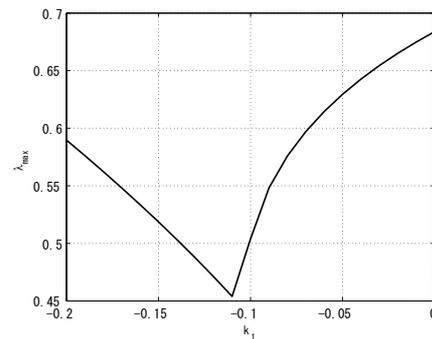


図 3 トルクを印加した場合のパラメータ  $k_1$  と安定性の関係

図 3 において、トルクを加えない場合は  $k_1 = 0$  の時であり、 $\lambda_{max} = 0.6838$  である。また、トルクを加える場合は  $k_1 = -0.11$  の時、 $\lambda_{max} = 0.4539$  で最小になり、安定性が改善されている。支持脚の踝部分にトルクを加えることによって、安定性が増した受動的動歩行機が設計できる可能性があることがわかった。

### 5 おわりに

本研究では、受動的動歩行のポアンカレ写像をシミュレーションに基づいて計算することを考え、安定性をポアンカレ写像の固有値に基づいて解析することを行った。また、支持脚の踝部分にトルクを印加することによって安定性が向上し、安定性の高い受動的動歩行機の設計ができた。

### 参考文献

- [1] 大須賀公一：二足歩行ロボットの力学と制御，応用数理，Vol. 13, No. 4, pp. 285–295, 2003.
- [2] 森田・大塚：コンパス型モデルの力学的対称性に基づく歩容生成，計測自動制御学会論文集，Vol. 40, No. 5, pp. 509–517, 2004.
- [3] 平田・小亀：状態にジャンプを有する線形システムの周期運動，システム制御学会論文誌，Vol. 17, No. 12, pp. 553–560, 2004.