進化ゲーム理論

2006MI166 鈴木圭司
指導教員：伏見正則

1 はじめに

進化ゲーム理論とは, ゲーム理論を動学化した理論である. それにより, 小さな制約のもとで精度の高い予測ができる. この論文では [1] にならって家事分担ゲーム, [4] にならって消費者と小売業者の行動ゲームを取り扱う.

1.1 語彙説明

- ナッシュ均衡: 1950 年にジョン・ナッシュにより考案された. 戦略を変える動機を持たずお互いがお互いに対して最適な戦略を取り合っている状態である.
- 静学モデル: 物事が変化をしない釣り合いの状態がどこにあるかを探す理論
- 動学モデル: 一般に物事が時間とともにどのように変化するかという問題を扱う理論

2 家事分担ゲーム

[1] にならって夫婦間の家事役割分担を例として取り上げる. 現在,「夫が仕事, 妻が家事」という意見は次第に減少し, 夫婦は対等が良いと言われている. しかし, 家事は夫より妻がすることが多い. なぜ意識の変化が行動の変化に結びつかないのだろうか. 両者の家事をする確率を仮定しナッシュ均衡, 漸近安定状態を静学モデル, 動学モデルで求める.

2.1 記号の定義

i: プレーヤー (1: 夫, 2: 妻)
j: 戦略 (1: 家事をする, 2: 家事をしない)
B: 家事をする便益
C_1: 家事をする夫のコスト
C_2: 家事をする妻のコスト
x: 夫が家事をする確率
y: 妻が家事をする確率
λ_1: x の定常値
λ_2: y の定常値
$P_{ij}(t)$: プレーヤー i が時刻 t に戦略 j を採ろうとする傾向の大きさ
$R_{ij}(t)$: プレーヤー i が時刻 t に戦略 j を採ろうとする傾向に与えられる強化の大きさ
ϕ: 忘却の速さを表すパラメーター
$P_1(t+1)$: プレーヤー 1 が時刻 $t+1$ に戦略 1 を採ろうとする傾向の大きさ
R_1: プレーヤー 1 が戦略 1 を採るときの強化の値
R_2: プレーヤー 1 が戦略 2 を採るときの強化の値

夫妻の行動をまとめて表 1 とする.

表 1 家事分担ゲームの利得表

夫 \ 妻	家事をする	家事をしない
家事をする	B-$C_1/2$, B-$C_2/2$	B-C_1, B
家事をしない	B, B-C_2	0, 0

2.2 静学モデル

考えやすくするために B=4, C_1=2, C_2=2 にすると表 2 となる.

表 2 B=4, C_1=2, C_2=2 家事分担ゲームの利得表

夫 \ 妻	家事をする	家事をしない
家事をする	3, 3	2, 4
家事をしない	4, 2	0, 0

狭義ナッシュ均衡は
（夫：家事をする, 妻：家事をしない）
（夫：家事をしない, 妻：家事をする）
混合戦略のナッシュ均衡は
夫の期待値: $3xy$+$2x$(1-y)+$4y$(1-x)=(2-3y)x+$4y$
妻の期待値: $3xy$+$4x$(1-y)+2(1-x)y=(2-3x)y+$4x$
2-3y=2-3x=0 より x=2/3, y=2/3
(夫：確率 2/3 で家事をする, 妻：確率 2/3 で家事をする) である.

2.3 動学モデル

動学モデルの場合も同様に B=4, C_1=2, C_2=2 で考える. 非集団モデルの試行錯誤ダイナミクスのモデルである. 動学モデルを分析するための手段のひとつとして, ロス・エレブモデルがある. その基本方程式は次のように書ける.

$$P_{ij}(t+1) = (1-\phi)P_{ij}(t) + R_{ij}(t) \tag{1}$$

ここでプレーヤーは 2 人 (i=1, 2), 戦略も 2 つ (j=1, 2) とする. プレーヤー i=1 が戦略 j=1 を採る確率を $x(t)$ と書くことにすると

$$x(t) = \frac{P_{11}(t)}{P_{11}(t) + P_{12}(t)} \tag{2}$$

である.

時刻 t から時刻 t+1 の間の x の変化量を Δx と書くことにすると, (1) 式から

$$\Delta x = \frac{R_1 - x(t)(R_1 + R_2)}{P_1(t+1)} \tag{3}$$

となる. Δy についても同様の式を導くことが出来る.

以上を使って計算すると $E[\Delta x]$, $E[\Delta y]$, λ_1, λ_2 が次のように求められる.

$E[\Delta x]=x(1\text{-}x)(\text{-}3y+2)$

$\text{-}3y+2=0$ を満たす y の値が λ_2 となる．よって，

$\lambda_2=2/3$

$E[\Delta y]=y(1\text{-}y)(\text{-}3x+2)$

$\text{-}3x+2=0$ を満たす x の値が λ_1 となる．よって，

$\lambda_1=2/3$

動学モデルをグラフにすると図 1 となる．

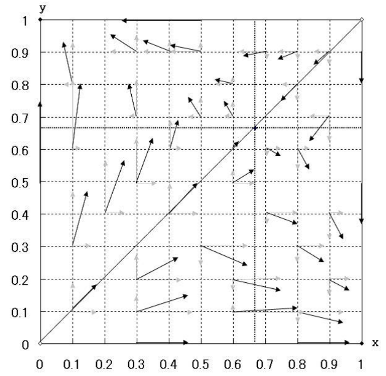

図 1 家事分担ゲーム (動学モデル)

動学分析の結果漸近安定状態は (1, 0), (0, 1) である．(2/3, 2/3) は鞍点（不安定）であると分かる．

何回で収束するかを調べるために初期値として, 夫が家事をする確率を 0.1, 妻が家事をする確率を 0.2 とする．(0.1, 0.2) → (0.226, 0.472) → (0.328, 0.801) → (0.07, 1) となり, 4 回で収束することが分かる．

両者が家事を平等に行うためには, 最初の段階で両者が家事を行う確率を平等にし, コストを平等にする必要がある．

3 消費者と小売業者の行動ゲーム

[4] にならって消費者と小売業者の行動選択を例として取り上げる．現在, 消費者は小売業者の商品を詳細に調べて買うことが多くない．もしかすると, 小売業者が消費者を騙して, 低品質の商品を販売するかもしれない．しかし, 消費者が商品を買うときに品質を調べるのは, 大変な作業である. ゲーム理論を使って, 商品を「調べる」あるいは「調べない」, 小売業者が「高品質」の物を販売する, あるいは「低品質」の物を販売するという行動をする場合を考えてみる．

分かりやすくするためにそれぞれの利得を表 3 とする．

表 3 消費者と小売業者の行動ゲーム

消費者 \ 小売業者	高品質	低品質
調べる	3, 3	2, 0
調べない	5, 3	1, 5

3.1 静学モデル

狭義ナッシュ均衡はない. 混合ナッシュ均衡は次のようになる．

消費者の期待値：$3xy+2x(1\text{-}y)+5(1\text{-}x)y+(1\text{-}x)(1\text{-}y)=(1\text{-}3y)x+4y+1$

小売業者の期待値：$3xy+3(1\text{-}x)y+5(1\text{-}x)(1\text{-}y)=(5x\text{-}2)y\text{-}5x+5$

$1\text{-}3y=5x\text{-}2=0$ より $x=2/5$, $y=1/3$ となる．

(消費者は確率 2/5 で「調べる」, 小売業者は確率 1/3 で「高品質」を提供する.)

3.2 動学モデル

消費者と小売業者の行動ゲームのモデルは非集団モデルの試行錯誤ダイナミクスのモデルであるから, 家事分担ゲームと同様に考える．

$E[\Delta x]=x(1\text{-}x)(3y\text{-}1)$

$3y\text{-}1=0$ を満たす y の値が λ_2 となる. よって，

$\lambda_2=1/3$

$E[\Delta y]=y(1\text{-}y)(5x\text{-}2)$

$5x\text{-}2=0$ を満たす x の値が λ_1 となる. よって，

$\lambda_1=2/5$

動学モデルをグラフにすると図 2 のようになる．

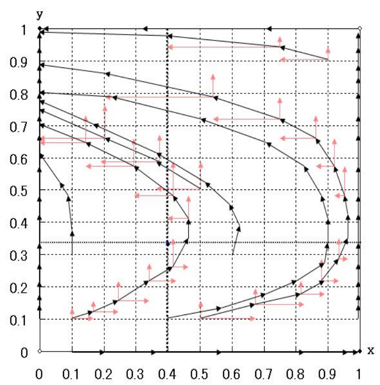

図 2 消費者と小売業者の行動ゲーム (動学モデル)

グラフより, (0, 1) に収束するのが分かる．静学モデルでは混合ナッシュ均衡しか分からなかったが, 動学モデルにすることによって収束先が分かる．以上より, この利得の場合, 結局は消費者は調べることなく, 小売業者は高品質を提供するようになることが分かる．

参考文献

[1] 大浦宏邦：『社会科学者のための進化ゲーム理論』, 勁草書房，東京，2008.

[2] J. メイナードスミス:『進化とゲーム理論〜闘争の理論〜』, 産業図書, 東京, 1998.

[3] R. アクルロッド:『つきあい方の科学〜バクテリアから国際関係まで〜』, ミネルヴァ書房, 京都, 1998.

[4] 京都大学 経営管理大学院：ミクロ経済学講義資料．http://www.gsm.kyoto-u.ac.jp/course-temp/introduction/index.html