

磁気浮上実験装置に対する2自由度PID制御

2006MI149 佐竹 徳哉

指導教員：高見 勲

1 はじめに

現在、実用されている制御方式のなかで改良型を含めるとPID制御は9割を超えている。PID制御の魅力は、その実用性にあると言える。ところが従来のPID制御系では目標値追従に最適な制御定数と外乱抑制に最適な制御定数とは一致せず、双方を最適に出来ない場合があった。それに対して、2自由度PID制御系では双方を最適調整できることから、その重要性が注目されている [1]。そこで、本研究では、この2自由度PID制御を中心に考え、特徴を理解し、実際に制御対象として実験装置を使用することによりその性能を確認する。

2 制御対象とモデリング

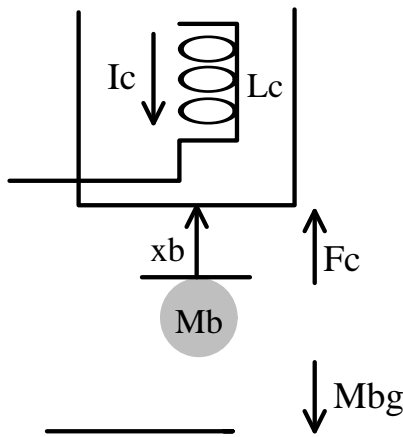


図1 磁気浮上装置モデル (拡大)

図1は本研究で用いられる磁気浮上装置の構成図である。実機の左右部と下部に取り付けられているセンサーにより鋼球の位置が検出される。制御器からは吸引用電磁石 L_c に電流がされ、その磁界による吸引力により鋼球の位置を制御する。

2.1 電気機械システムのコントローラ設計

鋼球にニュートンの第2法則を適用する。また電磁石の引力 F_c は電流 I_c の2乗に比例し、物質間の距離の2乗に逆比例する。平衡点周りで微小変化に対する線形化をする。このとき、閉ループ伝達関数

$$P(s) = \frac{x_b(s)}{I_c(s)} = \frac{-\omega_n^2 K_{bc}}{s^2 - \omega_n^2} \quad (1)$$

$$\omega_n = \pm \sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}}, \quad K_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}} \quad (2)$$

となる。ここで、 I_c [A]:実コイルの電流、 K_m [N.m²/A²]:電磁力定数、 M_b [kg]:鋼球質量、 g [m/s²]:重力定数、 F_c [N]:

電磁石引力、 x_b [m]:鋼球位置とする。式(1)の極の1つとして $s = \omega_n > 0$ が存在するため、システムは不安定である。そのため、鋼球位置を2自由度PID制御を用いて安定化を図る。

3 2自由度制御

3.1 PID制御

PID制御器の一般的な伝達関数は

$$C_1(s) = K_{p1} + K_{i1} \frac{1}{s} + K_{d1} s \quad (3)$$

と表わされる。 K_p は比例ゲイン、 K_i は積分ゲイン、 K_d は微分ゲインと呼ばれる。積分項は定常特性を改善し、微分項は速応性を改善する効果を持つ。

3.2 2自由度PID制御

1つのフィードバック制御系に関して、いくつかの伝達関数が独立に設定できるかということ制御系の自由度と呼ぶ。2自由度制御系とは、下記の図2のように1つの補償要素以外にほかの補償要素があるもので、それらは互いに独立に調節できる。それにより目標値応答と外乱応答の両方を最適にできる。

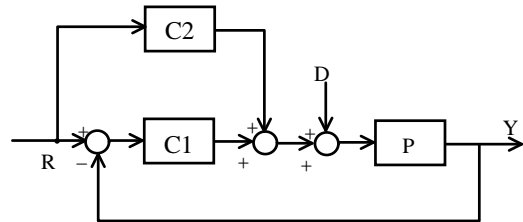


図2 2自由度制御系

3.3 I-PD制御

I-PD制御は積分のみ制御偏差に作用させ、比例と微分は制御量に作用させる。また、目標値変化に対する操作量変化をさらに緩和させる。

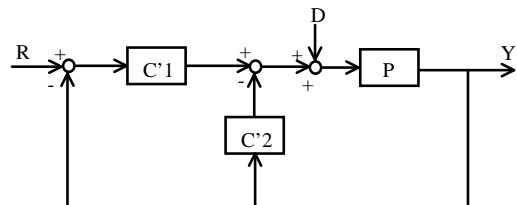


図3 I-PD制御系

4 制御設計

図2の C_1 を決定することで外乱応答特性を規定し、次に C_2 を決定することで目標値応答特性を規定する。

4.1 外乱応答

指定した極となるように PID 制御系のパラメータを決定することで、希望の外乱応答特性を実現する。

極を p_1, p_2, p_3 と指定する。

$$(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3) = 0$$

$$s^3 - (p_1 + p_2 + p_3)s^2 + (p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1)s - p_1p_2p_3 = 0 \quad (4)$$

また、 C_1 を含む閉ループ系の特性方程式は

$$1 + C_1(s)P(s) = 0$$

$$\iff s^3 - \frac{2g}{I_{c0}}K_{d1}s^2 + \left(-\frac{2g}{x_{b0}} - \frac{2g}{I_{c0}}K_{p1}\right)s - \frac{2g}{I_{c0}}K_{i1} = 0 \quad (5)$$

上記の式 (4),(5) より PID パラメータを求めると下式となる。

$$K_{d1} = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{2g}I_{c0}, K_{p1} = \frac{p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1 + \frac{2g}{x_{b0}}}{2g}I_{c0}$$

$$K_{i1} = \frac{p_1p_2p_3}{2g}I_{c0} \quad (6)$$

4.2 目標値応答

零点配置法はステップ入力、ランプ入力、加速度入力での目標値応答のすべてにおいて定常偏差を改善することが可能な方法である。

目標値 $R(s)$ から、制御量 $Y(s)$ への伝達関数を

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

のように分子の 3 項の係数が、分母の最後の 3 項の係数と等しくなるように零点を配置する。そこで最終値の定理を用いるとステップ入力、ランプ入力、加速度入力での目標値応答のすべての定常偏差を改善することが可能である [2]。

目標値 $R(s)$ から制御量 $Y(s)$ への伝達関数は

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(C_1(s) + C_2(s))P(s)}{1 + C_1(s)P(s)} \quad (7)$$

であり、目標値応答は $C_1(s)$ と $C_2(s)$ によって決まる。したがって、極配置法で求めた $C_1(s)$ と零点配置法により $C_2(s)$ を求める。 C_2 の伝達関数を次のように与える。

$$C_2(s) = K_{p2} + K_{d2}s$$

$R(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数は下式となる。

$$\frac{-\frac{2g}{I_{c0}}\{(K_{d1} + K_{d2})s^2 + (K_{p1} + K_{p2})s + K_{i1}\}}{s^3 - \frac{2g}{I_{c0}}K_{d1}s^2 + \left(-\frac{2g}{x_{b0}} - \frac{2g}{I_{c0}}K_{p1}\right)s - \frac{2g}{I_{c0}}K_{i1}} \quad (8)$$

零点配置法より K_{d2}, K_{p2} を決定する。

$$K_{d2} = 0, K_{p2} = -\frac{-\frac{2g}{x_{b0}} - \frac{2g}{I_{c0}}}{2g}I_{c0} - K_{p1}$$

5 シミュレーション・実験結果

図 4 は、外乱応答である。極を -10, -30, -40 と指定しているため、図 4 は望ましい結果が得られたといえる。図 5~図 7 はステップ応答である。2 自由度 PID 制御の方がオーバーシュートが改善されて、さらに目標値に早く追従していることが分かる。図 5 および図 6 は、ランプ応答、加速度応答のシミュレーションである。1 自由度制御や I-PD 制御では定常偏差は残っているが、2 自由度制御では定常偏差がなくなっていることが分かる。

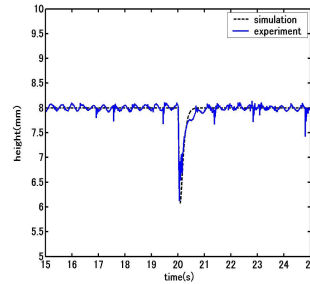


図 4 外乱応答

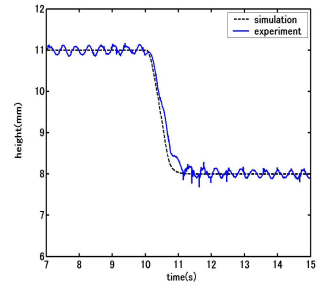


図 5 I-PD 制御

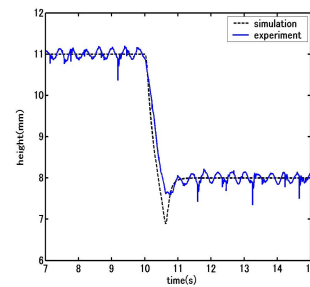


図 6 1 自由度 PID 制御

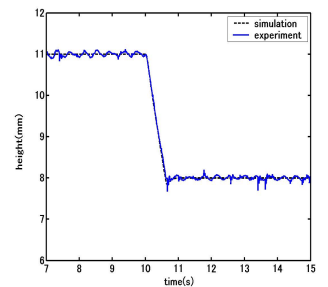


図 7 2 自由度 PID 制御

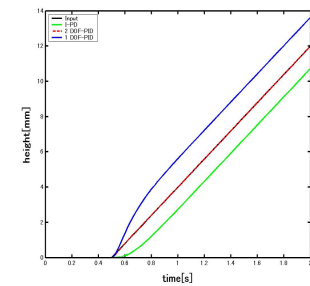


図 8 ランプ応答

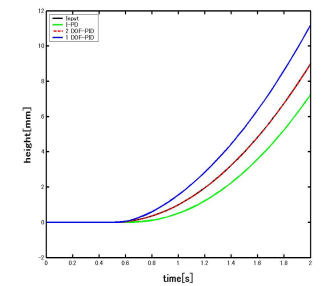


図 9 加速度応答

6 おわりに

2 自由度制御により外乱応答および目標値応答が改善できた。また、2 自由度 PID の有効性を実験を通して確認することができた。

参考文献

- [1] 須田 信英：PID 制御，朝倉書店 (1992)。
- [2] 野波 健哉：MATLAB による制御理論の基礎，東京電機大学出版局 (1998)。