変動パラメータを含むクレーンジブシステムに対する H_∞ 制御

2006MI141 太田　裕介

指導教員:高見　勲

1　はじめに

本研究で使用するクレーンはスチールケーブルに吊り下げたペイロードを運ぶシステムである．このシステムでは, スチールケーブルの長さとペイロードの質量が変化する. この 2 つの変動パラメーターがある制御対象に対して, クレーンのペイロードの位置を指定した目標値に追従させることを目的とする. 制御器設計ではモデルパラメータの変動による不確かさに対し, ロバスト制御理論の一つである H_∞ 制御を適用する [1]. 求めたコントローラを適用し実験を行う.

2　制御対象

本研究ではクレーンのジブプラント (図 1) を制御対象とする．このジブプラントでは, スチールケーブルの長さ l_p[m] とペイロードの質量 m_p[kg] が変化するなかで, ペイロードの位置 x_p を目標値に追従させる制御を行う．入力はジブモーターへの電流 I_mj であり，ジブの位置 x_j[m] とスチールケーブルの振れ角 γ[rad] をセンサーで測ることができる. 出力 $x_p(t)$ は $\gamma(t)$ を微小とし近似線形化した $x_p(t) = x_j(t) - l_p\gamma(t)$ で与えられる.

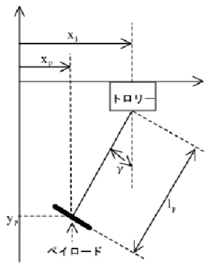

図 1　ジブプラント

状態量を $x(t) = [x_j(t) \quad \gamma(t) \quad \dot{x}_j(t) \quad \dot{\gamma}(t)]^T$，入力を $u = I_{mj}$ としたとき，状態空間表現は次式となる.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -8.9893m_p & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8.9893m_p+9.8099}{l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 33.6783 \\ \frac{33.678}{l_p} \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = [\ 1 \quad -l_p \quad 0 \quad 0\ ]\, x(t) \qquad (1)$$

3　制御系設計

3.1　不確かさの表現

スチールケーブルの長さ l_p とペイロードの質量 m_p の変動に起因するモデルの不確かさの取り扱い方法を考察する.

3.1.1　Inverse multiplicative uncertainty(逆乗法的不確かさ)

図 2 は逆乗法的不確かさを含んだプラントである. 図 2 より逆乗法的不確かさ $\triangle_{im}(s)$ の関係式は次式となる.

$$\Delta_{im}(s) = I - P\tilde{P}^{-1} \qquad (2)$$

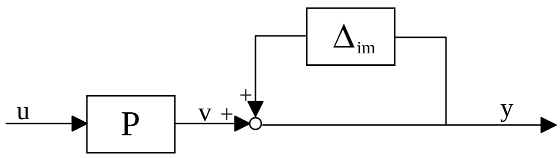

図 2　逆乗法的不確かさを含んだプラント

3.1.2　Division uncertainty(除法的誤差)

図 3 は除法的不確かさを含んだプラントである. 図 3 より除法的不確かさ $\Delta_d(s)$ の関係式は次式となる.

$$\Delta d(s) = \tilde{P}^{-1} - P^{-1} \qquad (3)$$

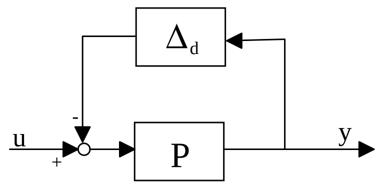

図 3　除法的不確かさを含んだプラント

3.2　感度関数に対する重み W_s の決定

本研究ではスチールケーブルの長さ l_p が 0.3[m] から 0.8[m], ペイロードの質量 m_p が 0.868[kg] から 1.368[kg] まで変動する. この変動範囲を示すと図 4 となる.

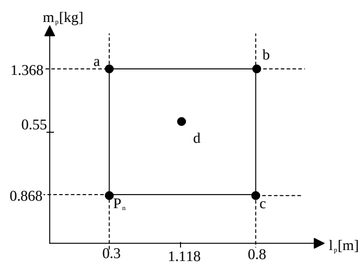

図 4　変動範囲

ここで, ノミナルプラント P_n をジブシステムにおいて最も制御が困難な箇所である，2 つの変動パラメータ l_p, m_p の最小値 (点 P_n) とした. よって，$l_p = 0.3, m_p = 0.868$ からなる伝達関数をノミナルプラント P_n とした.W_s は図 4 の四角形すべての値に対する誤差を覆うように設定する. ノミナルプラントである $l_p = 0.3, m_p = 0.868$ から l_p 軸と m_p 軸にそれぞれ 0.1 間隔で計 35 点からなる摂動プラントとの逆乗法的誤差を求めた. 図 5 より逆乗法的誤差を適用することで, 共振する箇所が 1 箇所にまとまった. よって，図 5 を覆うように W_s を決定することは, 結果的に図 4 の四角形の中すべての値からなる逆乗法的誤差を覆うものとして与えられる. 以上より, 次式のように W_s を決定した.

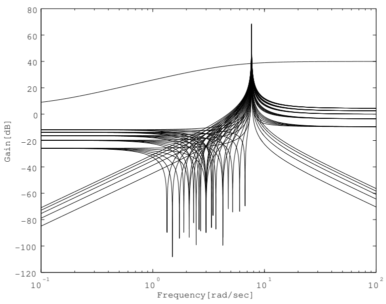

図 5　Δ_{im}, W_s

$$W_s = \frac{10s+1}{0.1s+1} \tag{4}$$

ジブシステムではゲインピークは無限大となるので, ピークを無視して設計した. 次に, 除法的誤差を適用した. 同じアプローチで誤差を取ると共振する個所をなくすことができた.

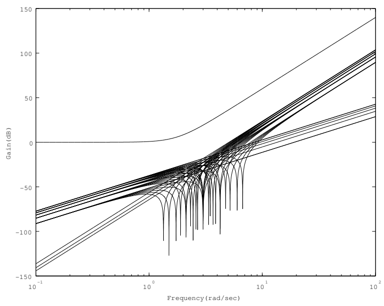

図 6　Δ_d, W_{ps}

しかし，重みである W_{ps} は $W_{ps} = 0.1s^4 + 1$ となり，非プロパーなため除法的誤差は用いることはできない. 以上より, 本研究では逆乗法的誤差を用いる.

3.3　H_∞ による制御系設計

感度関数に対する重み W_s と, 目標値に定常偏差なく追従させるための積分器 W_e, 制御入力を抑えるための重み W_u とおく. そして, 状態変数を $[x_t \quad x_e \quad x_n]^T$ としたとき, 一般化制御対象 $G(s)$ は次式となる.

$$G(s) = \left[\begin{array}{ccc|cc} A_n & 0 & 0 & 0 & B_n \\ -B_eC_n & A_e & 0 & B_e & 0 \\ B_tC_n & 0 & A_t & 0 & 0 \\ \hline -D_eC_n & C_e & 0 & 0 & 0 \\ D_tC_n & 0 & C_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_u \\ I_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{5}$$

この G(s) を用いてフィードバックゲイン F を求めたところ次式となった.

$$F = [-141.8315 \quad 6.6639 \quad -34.7984 \quad 7.7400 \quad 55.0128 \quad -4.3605]$$

4　シミュレーション・実験

x_p の目標値 0.3[m] にした時のステップ応答を図 7, 図 8, 図 9, 図 10 に示す. 実験結果とシミュレーション結果がよく一致している．よって, 求めたフィードバックゲインでロバスト性を保証していることが確認できた.

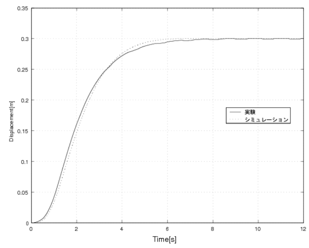

図 7　l_p=0.3,m_p=0.868(ノミナルプラン)

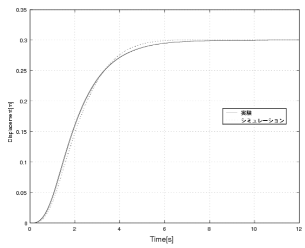

図 8　l_p=0.3,$m_p = 1.368$(m_p のみの変動)

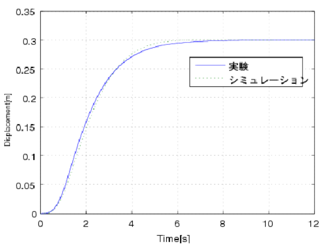

図 9　$l_p = 0.8, m_p = 0.868$(l_p のみの変動)

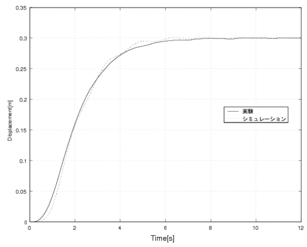

図　10　$l_p = 0.8, m_p = 1.368$(l_p, m_p の変動)

5　おわりに

ロバスト安定化のための不確定性の取り扱い方法として, モデルの不確かさの取り扱いを工夫した. 乗法的不確かさと加法的不確かさでは，不確かさのゲインがある周波数の範囲で無限大となるため，応答が振動的であった. 一方，除法的不確かさでは共振箇所をなくすことができたが，非プロパーなため取り扱うことができない．よって，本研究では逆乗法的不確かさを用いることで，共振個所を一か所にすることができ，振動的であった応答も抑えることができた.

参考文献

[1] P.N.Paraskevopoulos:『Modern control engineering』, CRC Press, (2002)