

2 入力 2 出力ヘリコプタのPI制御

—極配置法による制御系設計—

2006MI130 小川 尚久

指導教員：高見 勲

1 はじめに

多入力多出力系は干渉があり、1入力1出力系に比べ制御が難しい。そのため、多入力多出力系をいくつかの1入力1出力系に分散することで、制御系設計を行っていることが多い。なぜならば、設計が単純であり、実装やチューニングが簡単に出来るからである。しかし、分散制御を使うことにより、干渉の影響を受け、制御性能が悪くなる可能性がある。

そこで本研究では、2自由度ヘリコプタを用い、1入力1出力系に分散した際の制御設計と2入力2出力系で分散せずに行う制御設計との比較を行う。制御手法は極配置法を用いたPID制御を適用する。

2 制御対象

本研究で制御対象として取扱う2自由度ヘリコプタを図1に示す。これは2つのプロペラを持っており、それぞれDCモーターで駆動する。前のプロペラはピッチ軸まわりの回転を起し、ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する。後ろのプロペラはヨー軸まわりの回転を起し、ヘリコプタの左右の運動を制御する。

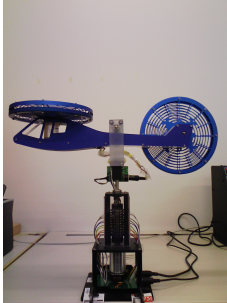


図1 2自由度ヘリコプタ

3 モデリング

2自由度ヘリコプタの非線形運動方程式はオイラー・ラグランジュの運動方程式を用いることにより導出する。これらの方程式を原点のまわりで線形化すると以下の式が導出される。

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} - B_p\dot{\theta}}{(J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2)} \quad (1)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{K_{yy}V_{m,y} + K_{yp}V_{m,p} - B_y\dot{\psi}}{(J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2)} \quad (2)$$

ここで、 θ [rad]:ピッチ角、 ψ [rad]:ヨー角、 B [N/V]:等価粘性減衰、 K [Nm/V]:推進トルク定数、 J [kgm²]:慣性モー

メント、 m [kg]:ヘリコプタ質量、 l_{cm} [m]:ピッチ軸から重心までの距離を表す。

伝達関数は下式となる。

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{2.361}{s^2+9.26s} & \frac{0.07871}{s^2+9.26s} \\ \frac{0.2402}{s^2+3.487s} & \frac{0.7895}{s^2+3.487s} \end{bmatrix} \quad (3)$$

4 制御系設計

2入力2出力のブロック線図を図2に示す。

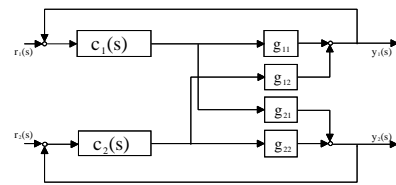


図2 2入力2出力系の構成

4.1 極配置法による制御系設計

極の位置を任意に指定し、コントローラのゲインを決定する。極配置法により、1入力1出力系と多入力多出力系での制御系設計を比較するため、同一の極を使用する。

$$p_1 = -0.6 + 0.3j, \bar{p}_1 = -0.6 - 0.3j \quad (4)$$

$$p_2 = -0.8 + 0.4j, \bar{p}_2 = -0.8 - 0.4j \quad (5)$$

4.1.1 1入力1出力系

2つの1入力1出力系に分散し、各PIコントローラをそれぞれ極配置法によって求める。 $c_1(s)$ の極は(4)、 $c_2(s)$ の極は(5)とすると、各PIコントローラは以下の様になる。

$$c_1(s) = 4.2872 + \frac{1.5362}{s}, c_2(s) = 4.8375 + \frac{1.9121}{s}$$

4.1.2 多入力多出力系

PIコントローラを設計するため、多入力多出力系の極配置法を用いる[2]。

予め指定する極は(4)、(5)とする。次に特性方程式

$$\det[I + G(s)C(s)] = g_{11}c_1(s) + g_{22}c_2(s) + \Delta(s)c_1(s)c_2(s) = 0$$

より、以下の式が得られる。(i=1,2;l=1,2)

$$c_2(p_i) = -\frac{[1 + g_{11}(p_i)c_1(p_i)]}{[(p_i)c_1(p_i) + g_{22}(p_i)]} \quad (6)$$

$$k_{pi} = \operatorname{Re}\{c_l(p_i)\} + \frac{\sigma_1}{\omega_1} \operatorname{Im}\{c_l(p_i)\} \quad (7)$$

$$k_{pi} = -\frac{\sigma_1^2 + \omega_1^2}{\omega_1} \operatorname{Im}\{c_l(p_i)\} \quad (8)$$

以上(6)(7)(8)式より、 $c_1(p_1)$ を得ることが出来れば、PIコントローラの値を得ることが出来る。ここで、 $c_1(p_1) = re^{j\theta}$ と与え、実数 $r(>0)$ 、 $\theta[-\pi, \pi]$ での極形式で表す。そして、 r と θ を求めるため、以下の3次の多項式を解く。

$$(\beta_7 e^{-j\theta} + \beta_6 e^{-j\theta})r^3 + (\beta_5 e^{-j\theta} + \beta_4 + \beta_3 e^{j\theta})r^2 + (\beta_2 e^{-j\theta} + \beta_1 e^{-j\theta})r + \beta_0 = 0$$

上式に θ を代入し実数 $r(>0)$ を求める。図3は、 θ が $[-\pi, \pi]$ の範囲で求めた r の値をプロットしたものである。縦軸 $\text{Im}\{r\}=0$ との交点を r とする。

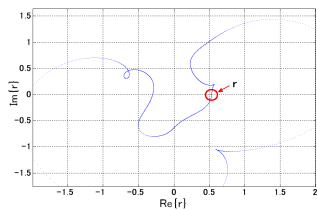


図3 rのプロット図

ここで、求めた θ, r を $c_1(p_1)$ に代入することで、PIコントローラの各ゲインを決定する。以上より各PIコントローラは以下の様になる。

$$c_1(s) = 4.3168 + \frac{1.7752}{s}, c_2(s) = 4.9515 + \frac{2.1272}{s}$$

4.2 PID制御への拡張

PI制御の結果を、PID制御へ拡張する。極配置法によりフィードバックゲイン K を求め、 K の θ, ψ にかかる係数を k_d ゲインとする。用いる極は(4),(5)とする。状態フィードバック $u = -Kx$ が、 $A - BK$ を満足する極を配置するようなゲイン行列 K を計算する。フィードバックゲイン K は以下のようになる。

$$K = \begin{bmatrix} -0.3804 & 0.0190 & 3.2776 & -0.1010 \\ 0.1662 & -0.6646 & -1.0073 & 2.9273 \end{bmatrix}$$

この時のPID制御の構成を図4に示す。

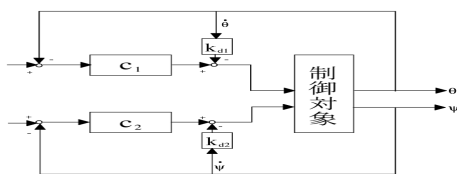


図4 PID制御の構成

5 シミュレーション・実験

設計したコントローラによって、シミュレーションと実験を行った。各図は θ の目標値を $0.3[\text{rad}]$ ステップ状に変化させた時の応答になる。

5.1 PI制御

1入力1出力系は図5、2入力2出力系は図6になる。共にシミュレーション結果と実験結果が異なり、振動が見られ、整定時間が遅い。

5.2 PID制御

1入力1出力系は図7、2入力2出力系は図8になる。実験結果は共にシミュレーション結果同様の立ち上がり方であるが、実験ではオーバーシュートが消える結果となった。

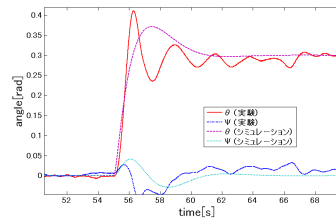


図5 1入力1出力系

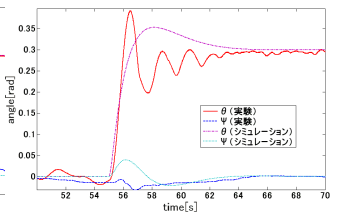


図6 2入力2出力系

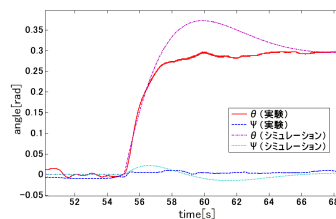


図7 1入力1出力系

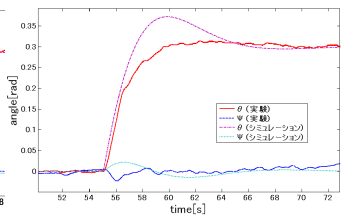


図8 2入力2出力系

6 比較・検討

6.1 1入力1出力系と多入力多出力系による極配置法

2入力2出力系での設計法の方が1入力1出力系での設計法より僅かに振動も少なく性能は良いことが分かるが、共に同程度の大きさのコントローラゲインだったため、シミュレーション・実験に大きな差はなかった。そのため、同程度の結果を得られるならば、設計法がシンプルである1入力1出力系での設計法の方が良いと考える。

6.2 PI制御とPID制御

シミュレーションでは、大きな違いはないが、実験ではPI制御の際に生じていた、振動・オーバーシュートがなくなり、安定した結果を得ることが出来た。そのため、D動作を加えることにより、振動への対処が迅速に行われ、安定性が向上したと考えられる。

7 おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す。

- 1入力1出力系、多入力多出力系での極配置法による制御系設計を行った。
- PI制御からPID制御への拡張を行った。
- 実験により、制御系設計理論の妥当性を検証した。

参考文献

- [1] 須田信英: PID制御, 朝倉書店(1992)
- [2] Michael A. Johnson・Mohammad H. Moradi: PID Control New Identification and Design Methods, Springer(2005)