

2入力2出力ヘリコプタの混合 H_2/H_∞ 制御系設計を適用したロバスト安定性と制御性能の向上

2006MI111 長坂 健太

指導教員：高見 勲

1 はじめに

本研究では、ピッチ角とヨー角を同時に制御する2入力2出力ヘリコプタ(図1)に対し、混合 H_2/H_∞ 制御を適用する。本研究の目的は、錘によって発生する特性変動に対するロバスト安定性を H_∞ 制御で保証し、 H_2 制御により過渡応答特性の改善を図ることである[1]。また、極領域を指定することで出力応答の改善を行う。LMI (Linear Matrix Inequality:線形行列不等式) を用いて上記の多目的制御を定式化し、制御系を設計する。シミュレーションと実験により理論の有用性を検証する。また、 H_∞ 制御と混合 H_2/H_∞ 制御の実験での比較を行う。



図1 2入力2出力ヘリコプタ写真

2 制御対象とモデリング

本研究では、ヘリコプタの乗員や荷物によって発生するパラメータ変動を、錘を用いて模擬する。また、このパラメータ変動に対するロバスト安定性を保証する制御系設計をする。錘を加えることでパラメータ変動する変数は、制御対象の質量: m_{heli} [kg]、重心: l_{cm} [m]、慣性モーメント: $J_{eq,p}$, $J_{eq,y}$ [kg·m²] の4つである。パラメータ変動範囲を以下に示す。ヘリコプタの質量は、 $1.38 \leq m_{heli} \leq 1.88$ [kg] とする。重心である l_{cm} は、 $0.186 \leq l_{cm} \leq 0.211$ [m] となる。慣性モーメントは、 $0.0384 \leq J_{eq,p} \leq 0.0776$ [kg·m²] と $0.0432 \leq J_{eq,y} \leq 0.0824$ [kg·m²] とする。錘を加えないものをノミナルプラント P とし、錘を加えたものを摂動プラント \tilde{P} とする(ただし、 \tilde{P} は集合とする)。錘を加えることによって、発生する乗法的不確かさは $\Delta = (\tilde{P} - P)P^{-1}$ で得られる。 Δ を完全に覆う重み関数を W_t とする。以上より、重み関数 $W_t = \frac{0.1s+0.0005}{0.2s+1}$ とおいた。

2.1 混合 H_2/H_∞ 制御による制御系設計

制御器を求めるのに用いる一般化制御対象 $G(s)$ は図2である。 H_∞ ノルムを用いて、ロバスト安定性を保証するための相補感度関数に対する重み W_t は上記で示したも

のを適用する。また、制御入力、状態量及び制御偏差の積分を H_2 ノルムを用いて評価し、その時の重みを W_u , W_x , W_e とする。ここで、 P , W_e , W_t の状態空間表現の係数を $A_p, B_p, C_p, D_p, A_t, B_t, C_t, D_t, A_e, B_e, C_e, D_e$ と表記する。 $G(s)$ の状態変数を $x_G = [x_p \ x_e \ x_t]^T$ とし、評価出力 $z_2 = [z_u \ z_x \ z_e]^T$ としたときの $G(s)$ は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z_\infty = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ z_2 = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases}$$

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B & \\ \hline C & D & \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|cc} A & B_1 & B_2 & & \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} & & \\ C_2 & D_{21} & D_{22} & & \end{array} \right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|cc} A_p & 0 & 0 & 0 & B_p \\ -B_e C_p & A_e & 0 & B_e & B_e D_p \\ B_t C_p & 0 & A_t & 0 & D_e D_p \\ \hline D_t C_p & 0 & C_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_u \\ W_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_e & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

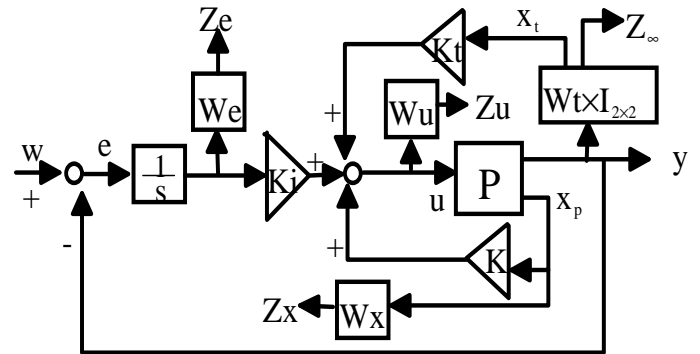


図2 一般化制御対象 $G(s)$

図2のフィードバック系における w から z_i までの閉ループ伝達関数を $G_{z_i w}(K)$ とおくと、混合 H_2/H_∞ 制御問題は次のように定義できる[1]。ある与えられた正の実数 $\tilde{\gamma}$ に対し次式を満たす制御器 K を求める。

$$\min_K \|G_{z_2 w}(K)\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \|G_{z_\infty w}(K)\|_\infty < \tilde{\gamma}$$

ただし、 $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ はそれぞれ H_2 ノルムと H_∞ ノルムを表す。

一般化制御対象 $G(s)$ について LMI に基づく手法により、コントローラを求めた。また、混合 H_2/H_∞ 制御のた

めのLMIは以下ようになる(ただし, $L_1=AX+B_2Y$, $L_2=XA^T+Y^TB_2^T$).

$$\begin{bmatrix} L_1+L_2 & B_1 & XC_1^T+Y^TD_{12}^T \\ B_1^T & I & D_{11}^T \\ C_1X+D_{12}Y & D_{11} & \gamma^2I \end{bmatrix} < 0 \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_2X+D_{22}Y \\ XC_2^T+Y^TD_{22}^T & X \end{bmatrix} > 0 \quad (2)$$

$$|\lambda_{ij} + \mu_{ij}L_1X_{pol} + \mu_{ij}L_2|_{1 \leq i, j \leq m} < 0 \quad (3)$$

$$\text{Trace}(Q) < \nu_0^2 \quad (4)$$

$$\gamma^2 < \gamma_0^2 \quad (5)$$

式(1)から(5)の式を満たす X と Y をLMIにより求めれば, フィードバックゲイン K は $K=YX^{-1}$ で与えられる.

3 実験検証

ノミナルプラントで実験を行ったものを図3, 図4に示す. 図3は W_u, W_x, W_e のチューニングのみで実験をした図である. θ 方向に0.5[radian]のステップ入力を加えた. 入出力間の干渉により, ψ が振動していることが分かる.

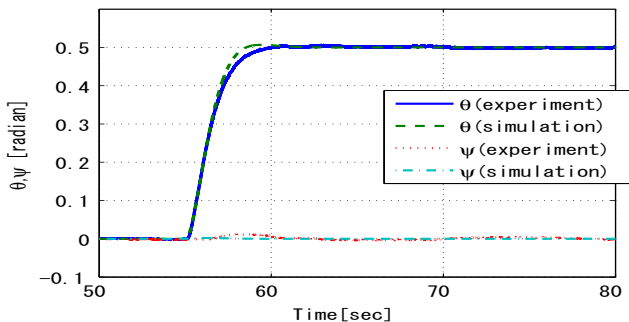


図3 ノミナルプラント: ステップ応答

図4は W_u, W_x, W_e のチューニングに加え, 極領域指定を行った. 全ての極が複素平面上の左半平面で $\pm \frac{\pi}{4}$ [radian]以内に入るようにした. 極領域指定により, ψ の振動が抑えられていることが分かる.

ロバスト安定性の検証に錘を加えた実験を行った. 錘の質量は, 制御入力電圧の限界値を超えない質量にした. 図5より, 錘(99.5g)をつけた場合でも大きな振動もなく収束していることが分かる.

比較のため, 同じ W_t を用いて制御系設計して, 実験を行った. W_u, W_x, W_e は各制御系に適したチューニングを行った. 図6より, H_∞ 制御では収束する過程で振動しているが, 混合 H_2/H_∞ 制御では振動せずに収束している. この結果より, H_∞ 制御のみでは, 過渡応答特性の優れた制御系設計ができる保証がなく, 振動的な出力波形になったと考えることができる.

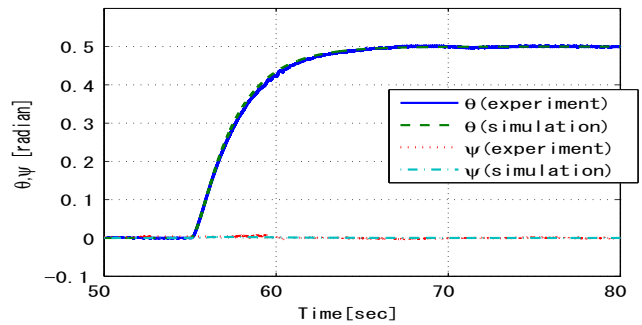


図4 ノミナルプラント: ステップ応答

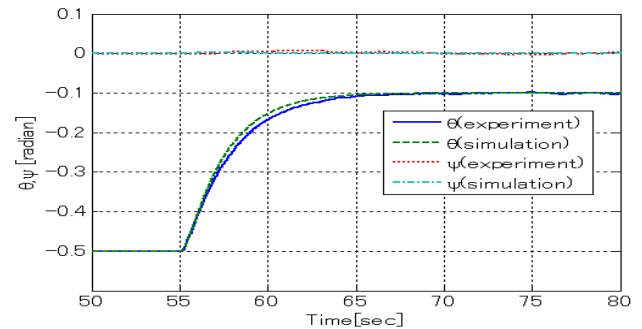


図5 錘を加えたプラント: ステップ応答

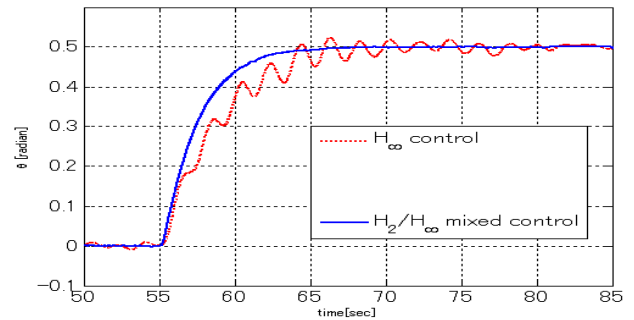


図6 ノミナルプラント: ステップ応答

4 おわりに

LMIを用いて混合 H_2/H_∞ 制御を定式化し, 制御系を設計した. H_∞ 制御で, 小ゲイン定理に基づくロバスト安定性を保証した. また, 錘を用いた実験によってロバスト安定性の検証を行った. 混合 H_2/H_∞ 制御を適用することで, H_∞ 制御よりも過渡応答特性を向上させた. H_∞ 制御のみでは, 時間応答上で制御性能が優れている保証がないので, 混合 H_2/H_∞ 制御を適用することで制御性能が向上したと考えた. また, 極領域指定によって出力応答の改善を行った.

参考文献

- [1] 上泰, 他: H_2 ノルムを単調減少させる制御器を用いた混合 H_2/H_∞ 制御系設計; 40-4, 382/389(2004)