

# 単純適応制御 (SAC) による磁気浮上装置の位置制御

2006MI106 水谷 明博

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

モデリングの際、制御対象のパラメータが不確定であるということは、実際の制御対象を実用化する上で大きな問題であり、コントローラの特性を固定した従来の制御方式では、そのような不確定要素を含むシステムに対して必ずしも安定性が保障されていない。この問題に対応するため、コントローラのパラメータをオンラインで自動調整し、制御系としての性能を最良の状態に保持する制御方法として適応制御が提案されている [1]。

本研究では、磁気浮上装置に対して、適応制御系の中でも、プラントの概強正実性 (ASPR) を利用することで構成が簡単といわれている単純適応制御 (SAC) を適用する。その際、二つの異なる質量の鋼球を用い、誤差パラメータを生じさせても、鋼球を指定した位置に浮上させることを目的とする。

## 2 制御対象とモデリング

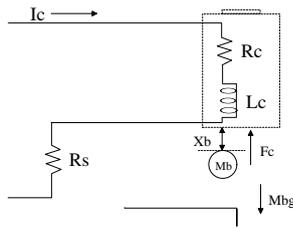


図 1 磁気浮上装置モデル

図 1 は本研究で用いる磁気浮上装置の簡単なモデルである。コイルに電流を流すことで発生した電磁石引力により、鋼球を浮上させることができる。

ここで、 $K_m$  [Nm<sup>2</sup>/A<sup>2</sup>]: 電磁力定数、 $M_b$  [kg]: 鋼球質量、 $g$  [m/s<sup>2</sup>]: 重力定数、 $F_c$  [N]: 電磁石引力、 $x_b$  [m]: 鋼球位置 (コイルと鋼球間の距離)、 $I_c$  [A]: 電流、 $R_c$  [Ω]: コイル抵抗、 $L_c$  [mH]: コイル・インダクタンス、 $R_s$  [Ω]: 電流検知抵抗とする。

鋼球にニュートンの第 2 法則を用いると、

$$M_b \ddot{x}_b = M_b g - F_c \quad (1)$$

となる。また、電磁石引力  $F_c$  は電流の 2 乗に比例し、物質間の距離の 2 乗に逆比例することから、

$$F_c = \frac{K_m I_c^2}{2x_b^2} \quad (2)$$

となる。よって (1)、(2) より

$$\frac{d^2 x_b}{dt^2} = \frac{2M_b g x_b^2 - K_m I_c^2}{2M_b x_b^3} \quad (3)$$

となる。この式は線形的でないため、平衡点  $(x_{b0}, I_{c0})$  の周りで線形化を行う。

$$x_b = x_{b0} + x_{bl}, I_c = I_{c0} + I_{cl} \quad (4)$$

(ここで、 $x_{bl}, I_{cl}$  はそれぞれ鋼球位置の微小変位、電流の微小変化である。) この時、伝達関数は

$$G_m(s) = \frac{x_{bl}(s)}{I_{cl}(s)} = \frac{-\omega_n^2 K_{bc}}{s^2 - \omega_n^2} \quad (5)$$

$$\omega_n = \pm \sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}}, K_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}}, I_{c0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} x_{b0} \quad (6)$$

となる。

## 3 制御系設計

### 3.1 概強正実 (ASPR) 条件

適応制御系は速応性や安定性などが最適となるような規範モデルを用意し、プラントの出力  $y(t)$  が規範モデルの出力  $y_M(t)$  に一致するように、コントローラの可変パラメータを調整する制御である。本研究で用いる単純適応制御は、プラントの概強正実性 (ASPR) を利用することから、プラントが以下の概強正実条件を満たす必要がある [2]。

- 最小位相系である。
- 相対次数が 0 または 1 である。
- 最高位係数が正である。

### 3.2 単純適応制御 (SAC) の概要

単純適応制御では、制御目的  $y(t) \rightarrow y_M(t)$  を達成するために、制御入力  $u(t)$  を以下のように与える。

$$u(t) = -\hat{k}_e(t)e(t) + \hat{k}_x^T(t)x_M(t) + \hat{k}_r(t)r(t) \quad (= \hat{\theta}^T(t)\zeta(t)) \quad (7)$$

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{k}_e(t) \quad \hat{k}_x^T(t) \quad \hat{k}_r(t)]^T, \zeta(t) = [-e(t) \quad x_M^T(t) \quad r(t)]^T$$

ここで、 $x_M(t)$  は規範モデルの状態ベクトル、 $r(t)$  は規範入力 (目標値) であり、 $\hat{k}_e(t), \hat{k}_x(t), \hat{k}_r(t)$  は可変パラメータである。また、図 2 は SAC の構成図である。

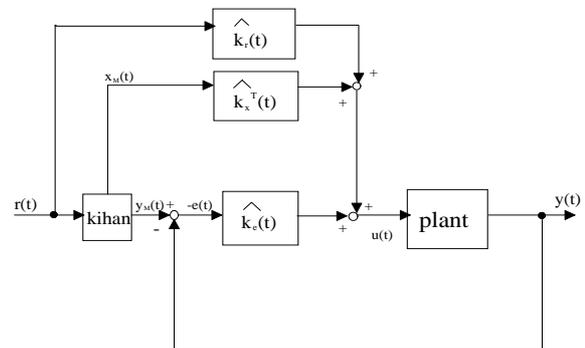


図 2 SAC の構成

### 3.3 適応則

先の  $\hat{\theta}(t)$  は  $e(t) \rightarrow 0$  が安定に達成できるように調整されねばならず、そのためには適応則を施す必要がある。一般的な適応則として、以下のような積分型適応調整則がある。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}_I(t) \\ \dot{\hat{\theta}}_I(t) &= -\Gamma_I \zeta(t) e(t), \quad \Gamma_I (= \Gamma_I^T) > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

本研究ではこの積分型適応調整則を用いて、可変パラメータを調整した。

## 4 磁気浮上装置に対する単純適応制御系の設計

### 4.1 並列フィードフォワード補償器 (PFC)

磁気浮上装置のプラント  $G_m(s)$  は 3 章の概強正実 (ASPR) 条件を満足しない。そこで以下のような並列フィードフォワード補償器 (PFC) を用い、PFC を含む拡大系  $G_a(s)$  が概強正実なプラントになるように設計する。

$u_a(t)$ : 拡大系への制御入力,  $y_a(t)$ : 拡大系の出力

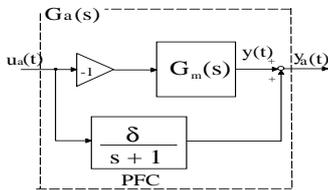


図 3 PFC を付加した拡大系

しかし、この構成では本来の制御目的である  $\lim_{t \rightarrow \infty} \{y(t) - y_M(t)\} = 0$  は達成されず、定常偏差が生じてしまうが、 $\delta$  を小さく選ぶことで改善できる。ゆえに今回は  $\delta = 10^{-5}$  とした。

### 4.2 規範モデルとゲイン $\Gamma_I$ の決定

規範モデルは制御系としての速応性や安定性などが最適になるように決める。ここでは定常偏差およびオーバーシュートがなく、整定時間が約 2 秒になるようなモデルを考える。その結果、規範モデルを以下のように決める。

$$\begin{aligned} \dot{x}_M(t) &= -5x_M(t) + 2r(t) \\ y_M(t) &= 2.5x_M(t) \end{aligned} \quad (9)$$

次に、適応則に含まれる  $\Gamma_I$  の値を決める。 $\Gamma_I$  の値はプラントの出力値が規範モデルの出力値に即座に追従し、ほぼ同じ結果が出るようにしなければならない。試行錯誤の結果、 $\Gamma_I = \text{diag}[5 \times 10^{21} \quad 5 \times 10^{12} \quad 5 \times 10^{12}]$  とした。

## 5 シミュレーション

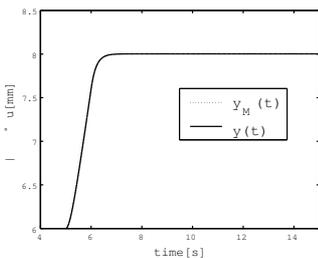


図 4 鋼球位置 [0.068kg]

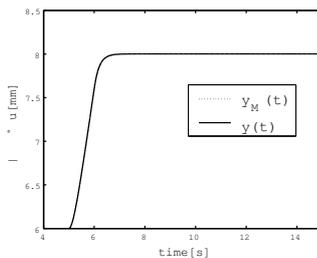


図 5 鋼球位置 [0.045kg]

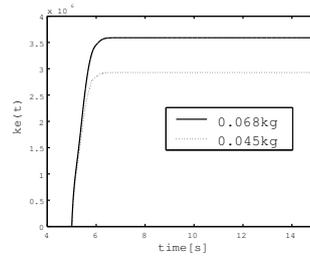


図 6 可変パラメータ  $\hat{k}_e(t)$

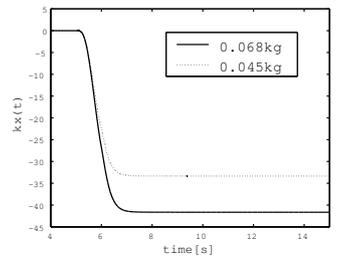


図 7 可変パラメータ  $\hat{k}_x(t)$

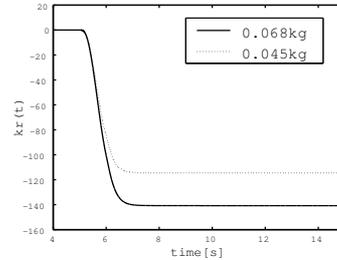


図 8 可変パラメータ  $\hat{k}_r(t)$

図 4, 図 5 より、どちらの鋼球の場合も出力  $y(t)$  は規範出力  $y_M(t)$  に即座に追従し、また図 6, 図 7, 図 8 より可変パラメータも異なる値に収束しているのがわかる。このことから、パラメータに誤差が生じて、可変パラメータを自動で調整することで、出力  $y(t)$  を規範出力  $y_M(t)$  に追従させていることがわかる。

しかし、ここで  $\hat{k}_e(t)$  がハイゲインなために、閉ループ系の極が、0.068kg の場合は  $-18 \pm 7493.8j, -0.9984$  で、0.045kg の場合は  $-14.5 \pm 7461.7j, -0.9987$  であり虚部が過大であること、実機が不安定なシステムなために、平衡状態の実現が困難で、実験ができないという問題が生じた。

## 6 おわりに

今後の課題として、極の虚部の過大を改善すること、平衡状態の実現が挙げられる。また、これらを達成するために、PID 制御器を SAC に付加する等の方法を検討する必要がある。

さらに、本研究で得られた成果を以下に示す。

- 非 ASPR なプラントである磁気浮上装置に対して、PFC を付加させることで SAC が実現可能なプラントに拡大することができた。
- 不確定パラメータを含むシステムに対して、コントローラの可変パラメータを自動調整させることで、目標値追従を可能にした。

## 参考文献

- [1] 大森浩充：適応制御系の制御構造といくつかの手法．計測と制御, 48-8, 591/599, (2009).
- [2] 岩井善太, 水本郁朗, 大塚弘文: 単純適応制御, 森北出版, (2008).