

中学・高等学校の教科書における数学用語の定義と使われ方

2006MI090 榎谷好

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

私は、教員採用試験の勉強をしていく上で、学校で使われている教科書によって、数学用語や使われ方が違うことに気づき、興味を持った。本研究では、2社の中学・高等学校の教科書の3種類([1]、[2]、[3]、[4]、[5]、[6]、[7]、[8]、[9]、[10]、[11]、[12]、[13])について、それぞれの数学用語の定義や使われ方を比較し、研究する。本稿では、用語「関数」、および、それに伴って用いられている用語「曲線」、用語「円」を対象とする。

2 「関数」の定義

ここでは、「関数」の定義を比較する。中学の教科書での定義、2社の高等学校の教科書の定義、[10]における関数の定義を示して、4つの定義を比較する。

定義 1.1 (中学 啓林館)

水そうの底から水面までの高さは、水を入れはじめからの時間にもよって変わり、時間を決めると水面までの高さが決まります。

このようなとき、水面の高さは、時間の関数であるといえます。

一般に、ともなって変わる2つの変数 x 、 y があって、 x の値が定まると、それに対応して y の値が1つ決まる時、 y は x の関数であるといえます。

定義 1.2 (旺文社)

一般に、2つの変数 x 、 y があって、 x の値を決める y の値がただひとつ決まるとき、 y は x の関数である。 y が x の関数であることを $y = f(x)$ のように表す。

定義 1.3 (啓林館)

2つの変数 x 、 y があって、 x の値を定めると、それに対応して y の値がただひとつ定まるとき、 y は x の関数であるという。一般に、 y が x の関数であることを、次のような記号で表す。

$$y = f(x)$$

また、関数 $y = f(x)$ を、単に、関数 $f(x)$ ということがある。

定義 1.4

集合 A の各要素に集合 B の唯一つの要素を割り当てるものとする：そのような割当て全体が A から B への関数 (function) とよばれる。

定義 1.1 では、具体例を用いて説明し、表現方法も限定されていない。定義 1.2 では、「 $y = f(x)$ のように表す」と示されているため、問題・解説等でこの表現が使用されていることが望ましい。定義 1.3 では、「関数 $y = f(x)$ を、単に、関数 $f(x)$ ということがある」と示されているので、2つの表現が教科書内で使用されていることが理解しやすい。定義 1.4 では、集合を用いて「関数」その

ものを定義をしている。しかし、定義 1.1、定義 1.2、定義 1.3 では「 y は x の関数である」ということを定義しており、「関数」そのもののことではない。つまり、「関数」そのものを定義しているとは読み取ることができない。

3 単元別の「関数」の使われ方

教科書では「関数」という用語が、さまざまな形で使われている。この節で、単元別の比較を行い、次節で、問題別の比較を行う。具体的な単元別の比較は、以下の表 1 で示す。表 1 における「 $y = 式$ 」とは、等式の左辺が y 、右辺が具体的な変数の式であるものを表す。同様の表現は以下でも用いる。また、「関数 $f(x)$ 」は「関数 $f(x) = 式$ 」の表現をとともなうことが多い。「関数 $y = f(x)$ 」が使われているのは、説明のところで一般的な表現をする場合、具体的な式が使用できないときに使われていた。結果として、高校数学での数の「2次関数」でしか違いがみられず、2社の表現にあまり違いはなかった。

表 1 「関数」の使われ方の比較

	旺文社	啓林館
中学		直線 $y = 式$ 、 一次関数 $y = 式$ 、方程式
数 I	関数 $y = f(x)$	関数 $y = f(x)$ 、 関数 $f(x)$
数 II (三角関数など)	関数 $y = 式$	関数 $y = 式$
数 II (極限など)	関数 $f(x)$ 、 関数 $y = f(x)$	関数 $f(x)$ 、 関数 $y = f(x)$
数 III (分数関数など)	関数 $y = 式$	関数 $y = 式$
数 III(逆関数)	関数 $y = f(x)$	関数 $y = f(x)$
数 III (微分法など)	関数 $f(x)$	関数 $f(x)$

中学では定義 1.1 より、どの表現が使われていても混乱はあまりないと推測できる。定義 1.2 では、「 $y = f(x)$ 」のみが使われていたが、表 1 で「 $f(x)$ 」も使われており、混乱が生じる可能性がある。一方、定義 1.3 では、「 $y = f(x)$ 」と「 $f(x)$ 」が使われていたため、両方の表現が使われていても混乱が少ない。

4 問題別の「関数」の使われ方

前節に続いて、問題別の比較を行う。結果として、中学校の教科書ではグラフに関する問題では、「直線 $y = 式$ 」、「一次関数 $y = 式$ のグラフ」、「関数 $y = 式$ のグラフ」で表現されており、一次関数だと判断されていない式では、「方程式」と表現され、それ以外では「一次関数 $y = 式$ 」、「関数 $y = 式$ 」の形で表現されていた。一方、高等学校の2つの出版社ともに以下の傾向があった。

傾向 表現「関数 $y = 式$ 」はグラフの移動など、グラフを活用した方が良い問題で使われている。一方、表現「関数 $f(x)$ 」は、最大値・最小値など値を求める問題で使われている。表現「関数 $y = f(x)$ 」については、説明の部分で用いられていて、問題の部分には現れなかった。

以下に、中学校の教科書における5種類の表現「直線 $y = 式$ 」、「一次関数 $y = 式$ 」、「関数 $y = 式のグラフ$ 」、「一次関数 $y = 式のグラフ$ 」、「方程式」の例を1つずつあげる。また、高等学校の教科書における2種類の表現「関数 $y = 式$ 」、「関数 $f(x)$ 」、両方が混ざっている問題の例を1つずつあげる。

中学校の教科書の例

例1(啓林館 中学2年)

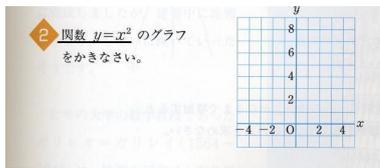
直線 $y = 3x + 5$ の切片をいいなさい。

例2(啓林館 中学2年)

一次関数 $y = -2x + 5$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) x の増加量が1のときの y の増加量を求めなさい。
- (2) x の増加量が3のときの y の増加量を求めなさい。

例3(啓林館 中学3年)



例4(啓林館 中学2年)

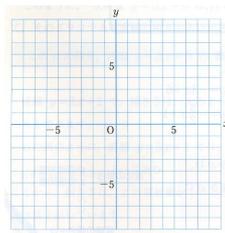
次の一次関数のグラフを書きなさい。

- (1) $y = 2x - 1$
- (2) $y = -x + 4$

例5(啓林館 中学2年)

次の方程式のグラフを書きなさい。

- (1) $2x + y = 1$
- (2) $4x - 3y = 9$
- (3) $2y + 8 = 0$



高校数学の教科書の例

「関数 $y = 式$ 」の形の例

例6(旺文社 数I)

次の2次関数のグラフをかけ。

- (1) $y = x^2 - 4x + 3$
- (2) $y = -2x^2 + 12x + 10$
- (3) $y = -x^2 - 4x + 3$
- (4) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x$

「 $f(x)$ 」および「 $f(x) = 式$ 」、「関数 $f(x)$ 」の形の例

例7(啓林館 数I)

次の関数 $f(x)$ に対して、 $f(-1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(a-1)$ を求めよ。

- (1) $f(x) = 4x - 6$
- (2) $f(x) = x^2 - 1$

混合の例

例8(旺文社 数III)

関数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸を調べよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフは漸近線 $y = x$ 、 $y = -x$ をもつことを示せ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

5 「変曲点」

高校数学の教科書において、用語「変曲点」の説明の部分で少し違いがみられた。具体的には、旺文社ではグラフを前の例題のものを利用したが、啓林館では、グラフを横に描いて説明していた。

6 「円」

ここでは、問題別の用語「円」に関わる表現について比較する。比較の結果として、表現「円」は、図形そのものや円の方程式を表し、表現「方程式」は、その方程式が円の方程式であっても、そのように円の方程式だと判断されていないときや、円以外の方程式を表していたと推測できる。また、表現「円の面積」は中学の教科書にのみ現れ、高校の教科書にはあまりみられなかった。高校の教科書においては、2つの表現「半円の面積」と「円の面積」が3題ほどで使用されていた。

7 おわりに

本研究では、2社の教科書の比較をしたが、他の教科書でも同じことが言えるかも比較してみたかった。同じ表現を用いていても理解しにくい部分や、理解が困難なものもあったので、そこは私自身がしっかり理解していなければならないと感じた。この研究の結果を活かして、教科書の良い点と悪い点をしっかり理解し、教えるときには、教科書をそのまま教えるのではなく、教科書で足りないものや理解が困難なものには、補足や表現を少し変えながら教えていきたい。

参考文献

- [1] 岡本和夫 他：『楽しさひろがる 数学1』。新興出版社啓林館，大阪，2005。
- [2] 岡本和夫 他：『楽しさひろがる 数学2』。新興出版社啓林館，大阪，2005。
- [3] 岡本和夫 他：『楽しさひろがる 数学3』。新興出版社啓林館，大阪，2005。
- [4] 長岡亮介 他：『数学I 高等学校数学科用』。旺文社，東京，2002。
- [5] 長岡亮介 他：『数学II 高等学校数学科用』。旺文社，東京，2003。
- [6] 長岡亮介 他：『新編 数学III 高等学校数学科用』。旺文社，東京，2004。
- [7] 長岡亮介 他：『数学A 高等学校数学科用』。旺文社，東京，2002。
- [8] 長岡亮介 他：『数学C 高等学校数学科用』。旺文社，東京，2003。
- [9] 山本芳普 他：『高等学校 数学I』。新興出版社啓林館，大阪，2002。
- [10] 山本芳普 他：『高等学校 数学II』。新興出版社啓林館，大阪，2003。
- [11] 戸田宏 他：『高等学校 最新 数学III』。新興出版社啓林館，大阪，1999。
- [12] 山本芳普 他：『高等学校 数学A』。新興出版社啓林館，大阪，2002。
- [13] 山本芳普 他：『高等学校 数学C』。新興出版社啓林館，大阪，2002。
- [14] Seymour Lipschutz：『マグローヒル大学 離散数学 コンピュータサイエンスの基礎数学』。オーム社，東京，1995。