最適レギュレータによる構造物の制振制御

2006MI080 小島 翔次郎
指導教員：陳 幹

1　はじめに

本研究では、30 階建ての構造物に対し、制御系設計手法として最適レギュレータを用いることで振動抑制を行う。最適レギュレータとは状態フィードバックの構成となる。構造物に振動が発生した際、最適レギュレータの重みをどのように設定するかと、アクチュエータをどのフロアに設置したら構造物は安定になり、制御前と制御後で振動抑制にかかる時間は短縮できるかを考える。

2　制御対象

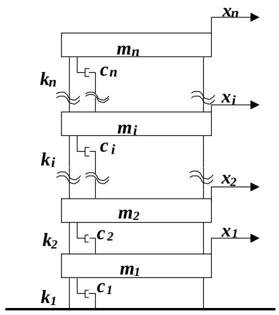

図 1　n 自由度構造物モデル

図 1 は本研究の制御対象である。制御の目的は、制御対象である 30 階建ての構造物の振幅 $x(t)$ を速やかに 0 にすることである。「$x(t)=0$」をそのシステムが安定している状態と考える。振動抑制が速くなる制御器を設計し、インパルスを系に与えたときの応答が制御器によってどのように変化するかを調べる [1]。運動方程式を算出する。

$$M\ddot{X}+C\dot{X}+KX=F \tag{1}$$

図 2 より n 階建て構造物の運動方程式を算出する。

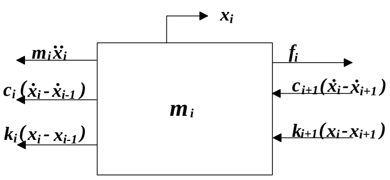

図 2　減衰 n 自由度系

$$\begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \ddots & & 0 & \\ & & & m_i & & \\ & & 0 & & \ddots & \\ & & & & & m_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_i \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{pmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & & & & \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 & 0 & & \\ & \ddots & & & & \\ & -c_i & c_i+c_{i+1} & -c_{i+1} & & \\ & & & \ddots & -c_n & \\ & 0 & & -c_n & c_n & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_i \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 & & \\ & \ddots & & & & \\ & -k_i & k_i+k_{i+1} & -k_{i+1} & & \\ & & & \ddots & -k_n & \\ & 0 & & -k_n & k_n & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = F$$

質量行列を m、減衰行列を c、剛性行列を k として考える。表 1 は今回利用したパラメータとなる。

表 1　パラメータ

記号	詳細	パラメータの値
$m_{1\sim30}$	建物の質量	$6.8[Kg]$
$c_{1\sim30}$	減衰定数	$0.9[Ns/m]$
$k_{1\sim30}$	ばね定数	$8.5\times10^3[N/m]$

状態方程式を以下に示す。

$$\dot{X}_c=AX_c+BF \tag{2}$$

$$Y=CX_c+DF \tag{3}$$

となる。運動方程式を算出する。

$$M\ddot{X}+C\dot{X}+KX=F \tag{4}$$

3　制御方法

最適レギュレータ理論では，与えられた重み $Q=Q^T\geq 0$，$R>0$ に対して，評価関数

$$J=\int_0^\infty (x^TQx+u^TRu)dt \tag{5}$$

を最小化するような状態フィードバックゲイン K を求め、そのフィードバックゲイン K は一意的に次式で与えられる。

$$K = -R^{-1}B^TP \tag{6}$$

ここで，P はリカッチ方程式

$$PA + A^TP - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \tag{7}$$

を満足する唯一の正定対称解（つまり，$P = P^T > 0$）となる。

4　アクチュエータの設定

最適レギュレータには重みとなる Q、R がある。はじめに $Q = diag[\ 0\ \ 1 \cdot\cdot 0\ \ 1]$、$R = 2.0$ と重みを決め制御対象の振動の速さについて制御を行いたいので Q の重みを上記のようにする。アクチュエータの位置を 1 階から 30 階と設置を行う。その際に評価関数 J でも調べる。一般解 $J < x(0)^TPx(0)$ で求めることができ指標 $trace(P)$ で結果を算出する。値が小さいと制御しやすいと知られている。30 階に設置した場合に、$trace(P) = 1.3825 \times 10^5$ と 1 階から 30 で最も小さな値になる。上記から 30 階にアクチュエータを一つ設置する。表 2 は $trace(P)$ の値を示す。

表 2　trace(P)

アクチュエータの設置階	評価関数 $trace(P)$
1 階	1.4112×10^5
5 階	1.4109×10^5
10 階	1.4109×10^5
15 階	1.4109×10^5
20 階	1.4109×10^5
25 階	1.4109×10^5
29 階	1.4044×10^5
30 階	1.3825×10^5

5　重みの設定

アクチュエータは 30 階に固定し、重みとなる Q、R を考える。Q の成分を大きくすると収束時間が速くなる。エネルギーを小さくしたいがアクチュエータ設定の時の重みが最も良かったため $Q = diag[\ 0\ \ 1 \cdot\cdot 0\ \ 1]$ とする。R の成分を大きくすると制御力が小さくできるが、結果から $R = 2.0 \times 10^{-4}$ とした時に収束時間が最も速くなるので上記の重みでシミュレーションを行う。

6　シミュレーション

1 階から 30 階の揺れを観測したいので、どの階で観測するかをシミュレーションの波形結果から算出する。結果から、29 階で観測した時が制御前と制御後の波形結果が最も違いがある、シミュレーション結果になることから、アクチュエータは 30 階、重みは、$Q = diag[\ 1\ \ 0 \cdot\cdot 0]$、$R = 2.0 \times 10^{-4}$ とする。図 3 に波形結果の違いがわかりにくい、1 階で観測したシミュレーション結果を示す。図 4 が 29 階で観測した本研究において最も良いシミュレーション結果とする。上図が制御前、下図が制御後となる。

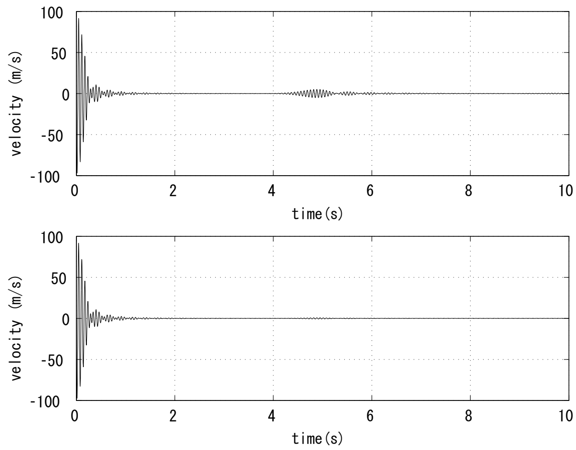

図 3　bad example

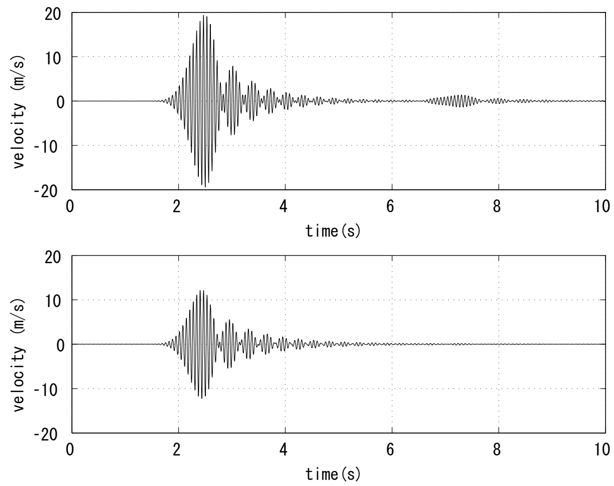

図 4　best example

7　おわりに

本研究では構造物の中でも高層構造物の研究を進める中で、重みをどうするかと考えたが、本研究では、階が高くなると重みの設定が難しくなり、アクチュエータの配置も考えると振動抑制の時間だけではなく、評価関数での数値解析がとても重要になる。

参考文献

[1] 小林信之・杉山博之共著：MATLAB による振動工学基礎からマルチボディダイナミクスまで, 東京電気大学出版局, 2008

[2] 野波健蔵編著, 西村秀和・平田光男共著, MATLAB による制御系設計, 東京電気大学出版局, 1998