

スーパーマーケットにおける陳腐化商品の価格設定と発注決定

2006MI061 加藤拓嗣

指導教員：澤木勝茂

1 はじめに

スーパーマーケットでは、陳腐化商品が売れ残った場合、すべて破棄する。売れ残る原因の一つは価格である。利益の追求により価格が高いと、顧客は商品を買わず、商品は売れ残る。逆に価格が低いと、店の利益が少なくなる。また、これは発注量も関係する。発注量を増加させると、商品が売れ残り利益が下がる。逆に商品の売れ残りをなくすために発注量を減少させると、顧客に販売することができない場合が生じ、店のイメージ、利益が下がる。よって、店と顧客が一番満足できる価格設定と発注量決定が必要となる。

本研究では、スーパーマーケットが、リアルタイムの商品価値に基づいた価格調整により、販売した陳腐化商品の利益を最大にすることを考える。モデルでは、需要は価格によって決まる確定的な関数を用いる。Li et al.[2]では、需要関数が価格について線形関数で分析しているが、需要関数が価格について指数関数のときの最適平均利益、最適価格、最適発注量を数値計算によって求める。

2 記号の説明

- K : 発注コスト (固定)
- c : 変動コスト
- h : 保管コスト
- p : 販売価格
- V_t : 時間 t での商品価値
- λ : 価値低下パラメーター
- $D(p, t)$: 需要関数
- θ : サイクル (発注間隔)
- Q : 発注量
- $I(t)$: 時間 t での在庫量
- p_f : 固定価格
- θ_f : 固定サイクル (発注間隔)

3 モデルの概念化と仮定

時間 t は、発注からの経過時間とする。発注をするたびに、固定発注コスト K と変動コスト c が発生する。また、発注は瞬間的に満たされると仮定される。ここで p, c, h, K は正である。商品価値の低下を測定するために、本研究では、以下の関数を用いる。

$$V_t = V_0 e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

ここで、 λ は時間 $t \in [0, T]$ での価値低下パラメーター、 V_t は時間 t での価値、 V_0 は $t = 0$ での価値 (元の価値) である。時間がたつにつれて商品価値の低下をみていくため、商品価値関数は、時間 t について減少関数である。

また、商品価値が迅速に低下すると考え、指数関数とする。需要関数は、以下の関数を用いる。

$$D(p, t) = a(e^{-bp} + V_0 e^{-\lambda t}) \quad (p > 0) \quad (2)$$

式 (2) は、価格が上がれば需要が下がり、価格が下がれば需要が上がる関数である。また、商品価値が下がれば需要が下がる関数である。

発注量 Q はこの問題のパラメーターがサイクルからサイクルまで変化しないので、時間とともに一定であると仮定することができる。また、サイクルのパターンは、間隔 $[0, \theta]$ に制限することができる。需要が確定的であるので、すべての需要は満たされ、在庫は各サイクルの終わりには 0 となる。したがって、発注量 Q と在庫量 $I(t)$ は以下のように表すことができる (図 1 参照)

$$Q = \int_0^\theta D(p, t) dt \quad I(t) = \int_t^\theta D(p, r) dr \quad (3)$$

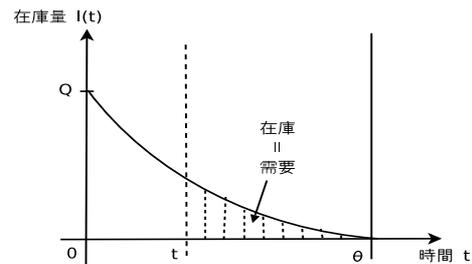


図 1 発注量と在庫量の関係

4 モデル 1 (商品価値を考慮した動的価格決定モデル)

前章で説明されたモデルパラメーターに関して、実現された利益を定式化する。利益を最大化するという目的の下で、最適平均利益、最適価格、最適サイクル、最適発注量を求める。

4.1 モデルの定式化

1 単位あたりの商品の収益は、価格 p から、変動コスト c と時間 t での保管コスト ht を引いた値である。よって、利益 $v(p, t)$ は、収益と需要の積で求めることができ、以下の式で与えられる。

$$v(p, t) = (p - c - ht)D(p, t). \quad (4)$$

よって、1 サイクルの平均利益 $\pi(p, \theta)$ は、利益から発注コスト K を引いた値を、 θ (1 サイクル) で割ることで求めることができ、以下の式で与えられる。

$$\pi(p, \theta) = \frac{1}{\theta} \left\{ \int_0^\theta [(p - c - ht)D(p, t)] dt - K \right\} \quad (5)$$

次に、平均利益 $\pi(p, \theta)$ を最大化するために、最適価格 p^* 、最適サイクル θ^* を求めていく。最適価格 p^* は、式 (4) を p で偏微分することで求めることができる。

$$\frac{\partial}{\partial p} v(p, t) = ae^{-bp} \{1 - b(p - c - ht)\} + aV_0 e^{-\lambda t} = 0 \quad (6)$$

を満たす p が最適動的価格 p^* である。また、

$$\frac{\partial^2}{\partial p^2} v(p, t) = -abe^{-bp} \{2 - b(p - c - ht)\} < 0 \quad (7)$$

のとき、 $v(p, t)$ の曲線は上に凸であり、最適解をもつ。

最適サイクル θ^* は、 $\pi(p^*, \theta)$ を θ で偏微分することで求めることができる。

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \pi(p^*, \theta) = \frac{1}{\theta} a(p^* - c - h\theta)(e^{-bp^*} + V_0 e^{-\lambda \theta}) - \frac{1}{\theta^2} \{a \int_0^\theta [(p^* - c - ht)(e^{-bp^*} + V_0 e^{-\lambda t})] dt - K\} = 0 \quad (8)$$

を満たす θ が最適サイクル θ^* である。

(6), (8) で求めた値を (5) に代入することで最適平均利益 $\pi(p^*, \theta^*)$ が求められる。

4.2 数値計算

$a = 0.088, b = 0.033, V_0 = 1, K = 0.5$ とし、 c, h を変化させた場合 ($\lambda = 0.2$)、 λ を変化させた場合 ($c = 0.05, h = 0.025$) の最適サイクル、最適発注量は以下になる。

表 1 モデル 1 の計算結果 (最適サイクルと最適発注量)

c (万円)	h (万円)	θ^* (日)	Q^* (千個)	λ	θ^* (日)	Q^* (千個)
0.05	0.025	2.40	0.1966	0.1	4.1	0.3447
0.1	0.05	2.40	0.1967	0.3	1.8	0.1442
0.15	0.075	2.40	0.1968	0.4	1.5	0.1177

最適動的価格 p^* は時間 t について減少関数となった。

5 モデル 2 (商品価値を考慮しない固定価格決定モデル)

モデル 1 と同様に、最適価格、最適サイクル、最適発注量を求めていく。

5.1 モデルの定式化

期待利益は、

$$\pi(p_f, \theta) = \frac{1}{\theta} \left\{ \int_0^\theta [(p_f - c - ht)D(p_f, t)] dt - K \right\} \quad (9)$$

最適性条件より、最適固定価格 p_f^* は、

$$\frac{\partial}{\partial p_f} \pi(p_f, \theta) = \frac{1}{\theta} a(e^{-bp_f} \theta + \frac{1}{2} be^{-bp_f} \theta (2c - 2p_f + h\theta) + \frac{V}{\lambda} - \frac{e^{-\theta \lambda}}{\lambda}) = 0 \quad (10)$$

を満たす p_f が最適固定価格 p_f^* である。

また、最適固定サイクル θ_f^* は、

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \pi(p_f^*, \theta) = \frac{1}{\theta} a(p_f^* - c - h\theta)(e^{-bp_f^*} + V_0 e^{-\lambda \theta}) - \frac{1}{\theta^2} \{a \int_0^\theta [(p_f^* - c - ht)(e^{-bp_f^*} + V_0 e^{-\lambda t})] dt - K\} = 0 \quad (11)$$

を満たす θ_f が最適固定サイクル θ_f^* である。

(10), (11) で求めた値を (9) に代入することで最適平均利益 $\pi(p_f^*, \theta_f^*)$ が求められる。

5.2 数値計算

モデル 1 と同じ数値を用いると以下ようになる。

表 2 モデル 2 の計算結果 (最適固定サイクル、最適発注量と最適固定価格)

c (万円)	h (万円)	θ_f^* (日)	Q^* (千個)	p_f^* (十円)
0.05	0.025	3.58	0.2756	55.37
0.1	0.05	3.59	0.2764	55.24
0.15	0.075	3.6	0.2772	55.13

λ	θ_f^* (日)	Q^* (千個)	p_f^* (十円)
0.1	6.43	0.4951	60.16
0.3	2.34	0.1802	56.21
0.4	1.63	0.1255	59.51

6 モデル 1 とモデル 2 の比較

表 3 計算結果 (最適平均利益の比較)

		モデル 1	モデル 2			モデル 1	モデル 2
c (万円)	h (万円)	$\pi(p^*, \theta^*)$ (万円)	$\pi(p_f^*, \theta_f^*)$ (万円)	λ	$\pi(p^*, \theta^*)$ (万円)	$\pi(p_f^*, \theta_f^*)$ (万円)	
0.05	0.025	3.997	3.334	0.1	4.247	3.819	
0.1	0.05	3.987	3.318	0.3	3.799	3.335	
0.15	0.075	3.977	3.302	0.4	3.604	3.536	

モデル 1 とモデル 2 の計算結果より、特定の周期において、最適平均利益は、モデル 1 で示した動的価格設定方針の方がモデル 2 で示した固定価格設定方針よりも、大きいことがわかった。

7 おわりに

本研究では、動的価格を取り扱った。最近では、価格表示がデジタル化されているスーパーマーケットもある。よって、リアルタイムで簡単に価格の設定が可能だと考えられる。今後の課題として、顧客に正確な商品価値 (鮮度) 情報が伝わるシステムがあれば、顧客の商品価値に対する意思を考慮した価格設定が可能になると考えられる。

参考文献

- [1] 小和田正, 澤木勝茂, 加藤豊: 『OR 入門』. 実教出版 (1984).
- [2] Liu, X, Tang, O and Huang, P: "Dynamic pricing and ordering decision for the perishable food of the supermarket using RFID technology", *Asian Pacific Journal of Marketing and Logistics*, Vol. 20, No. 1, pp. 7-22(2007).