

目標値追従形スライディングモード制御による レール上での鋼球の位置決め

2006MI030 堀津 孝徳

指導教員：陳 幹

1 はじめに

スライディングモード制御は実用性の高い非線形制御理論である。さらに、特徴として、システムの状態を切換面に拘束するという他の制御法にはない斬新さがあり、適用範囲も広い制御手法である。制御目的としては、目標値に追従するスライディングモード制御系を設計し、その有用性を検証するためにレール上での鋼球の位置決めを行う。

2 制御対象

2.1 モデリング

制御対象であるレール上での鋼球の位置決め装置を図1に、また、レールの角度を制御するためのモータとギアトレインの関係を図2に示す。

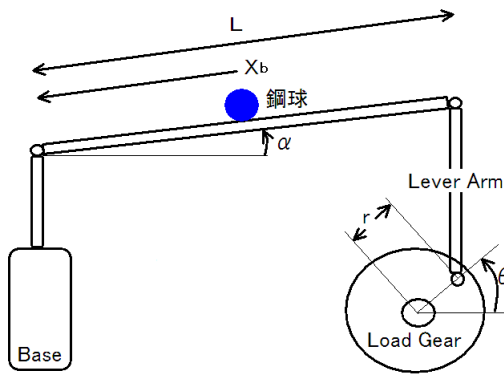


図1 レール上での鋼球の位置決め装置のモデル

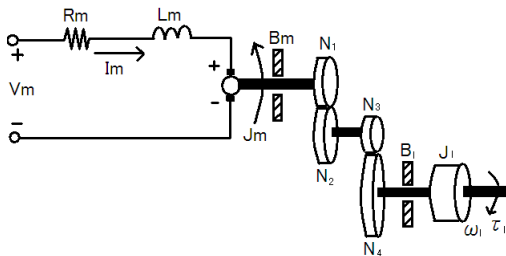


図2 モータとギアトレインのモデル

制御対象であるレール上での鋼球の位置決め装置(図1)は、モータ(図2)を駆動し、出力軸の回転角度を変え、ギ

アを回転させることでレバーアームを介してレールの角度を制御し、レール上を転がる鋼球を目標の位置に収束させる実験装置である。ここで、レバーアームとギアのオフセットを $r[m]$ 、ギアの角度を $\theta[rad]$ 、レールの長さを $L[m]$ 、レールの角度を $\alpha[rad]$ 、鋼球の位置を $x[m]$ とする。モータ入力電流に関して、ギアの回転運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{\theta}_l = -\frac{B_{eq}}{J_{eq}}\dot{\theta}_l + \frac{\eta_g\eta_m K_g K_t}{J_{eq}} I_m \quad (1)$$

と導ける。ここで、 η_g はギアボックス効率、 η_m はモータ効率、 K_g はギア比、 $K_t[Nm]$ はモータトルク定数、 $J_{eq}[kgm^2]$ は等価慣性モーメント、 $B_{eq}[Nm/(rad/s)]$ は等価粘性摩擦である。また、レール角度によって変化する鋼球の運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{x} = \frac{5r}{7L}g\theta \quad (2)$$

と導ける。ここで、 $g[m/s^2]$ は、重力加速度である。

2.2 状態方程式

本研究では、サーボ系に適用するために、目標値 r と制御量 x_b との差の積分値 z を新たな状態変数として加えた。状態変数と状態方程式は、

$$x = [z \quad x_b \quad \dot{x}_b \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (3)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Qr(t) \quad (4)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 166.70745 \end{bmatrix}$$

$$Q = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

となる。

3 スライディングモード制御

本研究においてスライディングモード制御は、

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Qr \\ \sigma = Sx \end{cases} \quad (6)$$

のように表現できる。ここで、 σ が切換面である。この切換面にシステムの状態を到達させ、切換面上を原点に向かってスライドさせる。状態変数が切換面上に存在する間をスライディングモードと呼ぶ。また、スライディングモードの概念図を図3に示す。

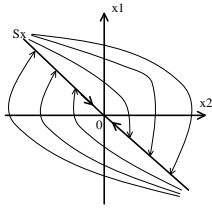


図3 スライディングモードの概念図

3.1 等価制御系の設計

等価制御入力と呼ばれるスライディングモード中にシステムに等価的に発生していると見なせる、理想的な線形制御入力は、 $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ より、

$$u_l = -(SB)^{-1}(SAx + SQr) \quad (7)$$

となり、等価制御系は、

$$\dot{x} = [I - B(SB)^{-1}S]Ax + [I - B(SB)^{-1}S]Qr \quad (8)$$

となる。

3.2 切換超平面の設計

スライディングモード制御を設計する場合、まず切換面の設計を行う。本研究では、切換超平面を安定余有を指定する設計法を適用する。すなわち、次のリカッチ方程式の解 P を用いて超平面の切換行列 S を決定する [1]。

$$PA' + A^T P - PBB^T P + Q = 0, \quad (9)$$

$$A' = A + \epsilon I, \quad \epsilon \geq 0$$

$$S = B^T P \quad (10)$$

設計された S による等価制御系の固有値の実部が負となれば、安定余有指定が実現できる。

3.3 スライディングモードコントローラの設計

スライディングモード制御入力が線形制御入力 u_l と非線形制御入力 u_{nl} の2つの独立した制御入力から構成されていると考え、制御入力は、

$$u = u_l + u_{nl} = -(SB)^{-1}(SAx + SQr) - K(SB)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (11)$$

となる。また非線形制御入力 u_{nl} は、システムの状態を切換面に拘束するための制御入力である。 K は切換幅のことであり、非線形制御入力の大きさを調整するパラメータである。 $\sigma = 0$ を実現するために、 σ に関するリアプノフ関数の候補を次式のように選ぶ。

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (12)$$

スライディングモード到達条件を満たすためには、次式が $x \neq 0$ のとき常に負定関数となればよい。

$$\dot{V} = \sigma S(Ax + Bu + Qr) = -K |\sigma| \quad (13)$$

すなわち、 $K > 0$ と定めれば到達条件を満たすことになる。

3.4 チャタリング防止策

チャタリングとは高周波振動のことである。スライディングモード制御では、入力的高速切換によって制御対象をモデル化する際に無視した高周波数領域を抑振し、スピルオーバーなどの原因となる [2]。よってこの問題を解決するために、式 (11) で定義した非線形制御入力の代わりに次の平滑な入力、

$$u_{nl} = -K(SB)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma| + \eta}, \quad \eta > 0 \quad (14)$$

を導入する。ここで、 η は微小な正の数である。この η により、システムの状態が切換超平面に近づくにつれて、非線形制御入力が小さくなる。結果的にチャタリングの防止となる。

4 シミュレーションと実験

チャタリング防止策を導入し、シミュレーションと実験を行う。ここで、 $Q = [1000 \ 1000 \ 1 \ 1000 \ 1]$ 、 $\epsilon = 1.2$ 、 $K = 10$ 、 $\eta = 0.15$ 、ステップ時間を 15 秒として目標値を $0.1[m]$ とした。設計したスライディングモードコントローラを用いて行ったシミュレーション結果を点線、実験結果を実線で表現したものを図 4 に示す。

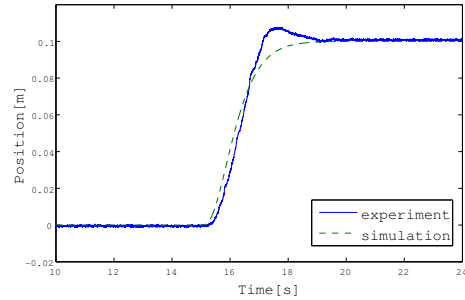


図4 シミュレーションと実験結果

5 考察

図 4 において、シミュレーション結果は、オーバーシュートなく目標値に収束している。実験結果では、オーバーシュートはあるが定常偏差なく目標値に収束している。また、実験結果の波形には、シミュレーション結果ではみられない振動が生じている。この原因の一つとして、ギア間の遊びが考えられる。

6 終わりに

本研究では、目標値に追従するスライディングモード制御系を設計した。さらに、その検証として、レール上での鋼球の位置めを理論通りに行うことができた。

参考文献

- [1] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男: MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局 (1998).
- [2] 野波健蔵, 田宏奇: スライディングモード制御, コロナ社 (1994).