最適レギュレータによるレール上でのボールの位置制御

2006MI026 林　正泰
指導教員：陳　幹

1　はじめに

本研究では, ビームとよばれるレール上でボールを希望した位置に静止させることができる「Ball and Beam」とよばれる実験機を使用する。この実験機を使用し、ボールを目標値に追従させ安定させることを目的とする。モデリングの際に摩擦などを無視して考えるため, 実モデルと間に誤差がでてしまう。それを最適レギュレータにおけるトラッキング制御を使用し, 目標値に追従させることを行う [1]。また、極の性質を考慮してゲインを決定していく。これによりシステムの安定性を図る。

2　制御対象

本研究で使用する実験機はビームと呼ばれる棒の上にボールを置きモーターを駆動し出力軸の回転角度を変えることによってビームの角度を制御し希望した位置にボールを静止させることを行うシステムである。ビームの角度を α 、ギアとレバーアームの角度を θ 、ボールの位置を x 、 ビームの長さを L 、ギアとレバーアームの角度を r として Ball and Beam の簡略化した図を図 1 に示す。

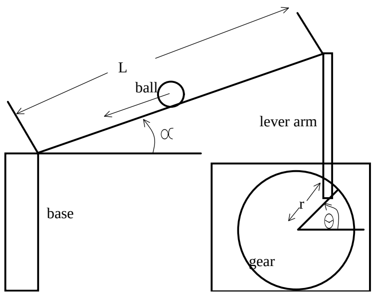

図 1　Ball and Beam の簡略化したモデル

ここで Ball and Beam の状態空間表現は

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y = Cx(t)$$

において

$$x(t) = \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \theta & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$

とすると A, B, C はそれぞれ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}、B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 166.7074 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。

3　最適レギュレータによる制御設計

先ほど示した状態空間表現を拡大系にして最適レギュレータに適応する。その際に、$R = 1$ と固定する。また, 重みの Q を考える際、$\dot{x}$、$\dot{\theta}$ にかかる重みの q_2, q_4 を $q_2 = q_4 = 0$ としてそれ以外の x, θ、トラッキングにかかる重みの q_1, q_3, q_5 の重みを変化させ極を考えながらシステムの安定化を図っていく。極の性質として実部の符号が収束又は発散かを決定し、絶対値が大きいほど収束が速くなる [2]。複素数の極をもつとき、そのステップ応答は振動する。極の虚部の絶対値は応答の振動の周波数を決め、それが大きいほど周波数は高くなる [3] ということを考慮する。ただし入力の電流と、またギアとレバーアームの角度がそれぞれ、$1.6A \leq I_m \leq 1.6A$,$-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ を越えないように設計する必要がある。

3.1　q_3 の重み

極の動きは q_3 重みを大きくしていくにつれて、支配極は原点に近くなっていく。しかし,q_1 が 1 から 10000 と変化させた場合でも -1 から 0 の範囲にある。また 2 番目の支配極については, 大きくすると原点付近にどんどん近づいていく。このことより q_3 は小さいほうがよいと考え $q_3 = 1$ と固定する。その時の支配極、シミュレーション結果をそれぞれ表 1、図 2 に示す。

表 1　q_3 の支配極、2 番目の支配極

q_3	支配極	2 番目の支配極
1	-0.9749	$-1.3780 \pm 1.5414j$
100	-0.6749	$-0.4413 \pm 0.6500j$
1000	-0.4864	$-0.2761 \pm 0.4411j$

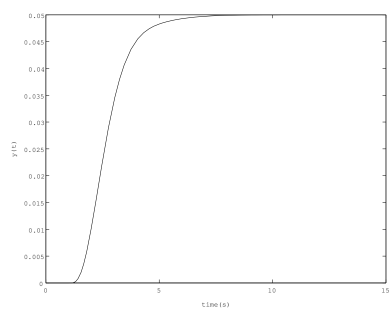

図 2　$q_3 = 1$ のシミュレーション結果

3.2　q_5 の重み

次にトラッキングに対する重みを考える. 先ほど決定した $q_3 = 1$ と $q_1 = 100$ を利用し q_5 の重みを考える。極の動きは重みを大きくすると原点から遠ざかっていく。しかし、2 番目の支配極を考えると大きすぎても小さすぎても原点から遠ざかる。このこととシミュレーション結果を考慮し、$q_5 = 10$ とする。その時の支配極、シミュレーション結果をそれぞれ表 2、図 3 に示す。

表 2　q_5 の支配極、2 番目の支配極

q_5	支配極	2 番目の支配極
10	-0.3161	$-1.348 \pm 1.4525j$
100	-0.9749	$-1.3780 \pm 1.5413j$
1000	-2.1342	$-1.3952 \pm 2.0563j$

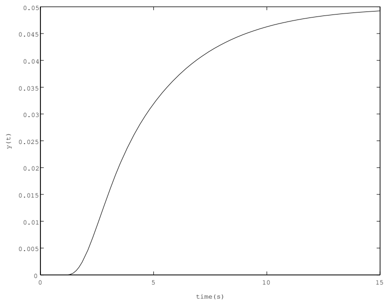

図 3　$q_5 = 10$ のシミュレーション結果

3.3　q_1 の重み

最後にボールの位置に対する重みを考える。$q_3 = 1, q_5 = 10$ として q_1 の重みを考える。極の動きは、重みを大きくすると原点に近づいていく。2 番目の支配極では。重みを大きくすると原点から遠ざかっていく。ここで、q_5 のシミュレーション結果よりなるべく応答を速くしたいので $q_1 = 10$ とする. この時の支配極を表 3 に示す。最終的に $q_1 = 10, q_3 = 1, q_5 = 10$ としたシミュレーション結果を図 4 に示す。

表 3　q_1 の支配極、2 番目の支配極

q_1	支配極	2 番目の支配極
1	-1.0741	$-0.5699 \pm 0.9496j$
10	-0.8681	$-0.7552 \pm 0.9733j$
100	-0.3161	$-1.4348 \pm 1.4525j$

4　実験

4.1　シミュレーションでの重みの導入

シミュレーションで決定した重みを実験機へ導入する。初期値を $0[m]$ に設定し、32 秒後に目標値を $0.05[m]$ に設定たところ結果は図 5 のようになった。

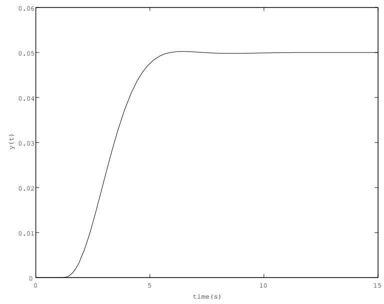

図 4　$q_1 = 10$ のシミュレーション結果

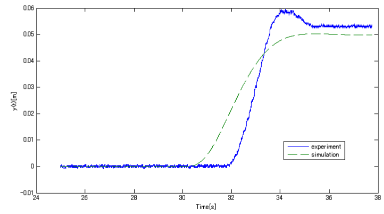

図 5　$q_1 = 10, q_3 = 1, q_5 = 10$ の実験結果

4.2　実験結果からの改善

初期値、目標値に収束することはできているが、オーバーシュートが大きく出ているためあまり望ましいものではない。そこで、シミュレーションで決定した重みを参考に少し重みを変え、$q_1 = 7, q_3 = 1, q_5 = 5$ として実験機へ導入したのが以下の図 6 である。

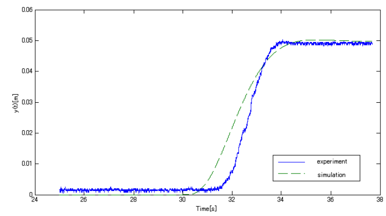

図 6　$q_1 = 7, q_1 = 1, q_5 = 5$ の実験結果

少し偏差があるがオーバーシュートもすることなく目標値へ収束させることができた。

5　参考文献

参考文献

[1] 井上和夫：『わかりやすい制御工学』, 第 8 版森北出版, 東京,2001.

[2] 井村順一: 『システム制御のための安定論』, コロナ社,2000 年

[3] 岩井善太 · 石飛光章 · 川崎義則：『制御工学』, 朝倉書店,2008 年