

天候デリバティブ

—異常気象における宿泊施設のリスクヘッジ—

2005MM012 廣瀬勇己

指導教員：澤木勝茂

1 はじめに

近年、気象の変動によるリスクを回避する方法として天候デリバティブが注目を浴びている。天候デリバティブとは、保険会社や金融機関に契約料を払い、契約における気象条件を満たせば補償金を受け取れるというものである。

気象リスクに該当する要因は、気温、湿度、降水量、台風などがあるが、先日日本に上陸した過去 10 年間最大の勢力といわれる台風 18 号は、死者 2 人、けが 44 人、さらに、土砂崩れによる停電や電車の通行止めなど、多大な被害をもたらした。そこで、本論文では台風発生におけるコールオプションの構築と評価を目的とした研究を行う。また、実行例として沖縄県における台風の発生数と観光客の増減との関係を考察し、オプション契約を構築する。

2 台風発生リスク保証の価格決定方法

2.1 不完備な市場について

一般的にデリバティブの評価には、ブラックショールズモデルを用いる。しかし、台風発生に関するデリバティブの商品には利用できない。なぜなら、台風の発生は離散的な事象であり、株価、金利、為替レートといった連続的確率変数ではないこと、天候デリバティブは市場で取引されておらず（取引が活発でないと、現物価格が投資家のリスク選好を十分に反映して決まらない）、不完備な状態となるからである。そのため、完全市場での測度変換に依存するブラックショールズは用いることができない。

そこで、確率の重みを変えてリスクの調整を図るためにラドン・ニコディムの微分を用いて、実確率とリスク中立確率を結びつける。このラドン・ニコディムの微分について、実確率 P をリスク中立確率 Q に変換する方法が、エッシャー変換である。

2.2 Esscher 変換について [1]

$\{X_t : 0 \leq t \leq T\}$ を確率過程、 x_T を確率変数とすると、実確率にラドン・ニコディムの微分をかけることで、リスクが織り込まれている確率を計算することができる。

この確率測度の変換をエッシャー変換といい、ここでは、台風発生数に関する実確率 P をリスク中立的な確率 Q に変換すると、

$$q(X_T) = \left(\frac{e^{hx_T}}{E_P[e^{hX_T}]} \right) p(X_T), \quad \frac{dQ}{dP} = \frac{e^{hx_T}}{E_P[e^{hX_T}]} \quad (1)$$

となる。

なお、 h はエッシャーパラメーターといい、投資家のリスク回避度を表す実数の係数である。

3 台風発生数のモデル化

契約期間内の台風発生数はポアソン分布に従うと仮定する。 s 期と $s+t$ 期の間の t 期間での不確実な台風発生回数 X_t が k 回である確率は、実確率測度を P として、

$$P(X(s+t) - X(s) = k) = \frac{e^{(-\lambda t)(\lambda t)^k}}{k!} \quad (2)$$

となり、ここで λ はポアソン分布のパラメータで平均、分散を表す。

初期時点 $s = 0$ から始めて、将来 $t = T$ 時点までの総発生数は、 $s = 0$ のとき $X_0 = 0$ であるので、

$$P(X_T = k) = \frac{e^{-\lambda T}(\lambda T)^k}{k!} \quad (3)$$

となるので、式 (3) で示されるポアソン過程にしたがう。

4 台風発生オプション契約

ここではヨーロッパ型のコールオプション契約を考察する。このオプションは、オプション契約の対象となる資産の将来の株式価格（ここでは台風発生数）が、あらかじめ決められた行使価格（ここでは日数）を超えたときに超えた分が利益になるというもので、問題は将来の株式価格が不確実であるため、オプション契約を結んだ投資家がいくらの将来利益を得られるのかわからないことである。そのため、将来利益の期待値を考え、それを現時点での価格に引き戻したものをもち、オプションの価格とする。

契約期間内の総台風発生数 X_T が権利行使日数 K を超えた場合、一日あたり α 円支払われるヨーロッパ型コールオプションの満期時点 T のペイオフ $D(T)$ は、

$$D(T) = \alpha \max(X_T - K, 0) \quad (4)$$

となる。 r_f を安全利子率とすると、 $e^{-r_f \cdot T}$ は将来 T 期における価格を現在の価値に引き戻すことを表しており、さらに (1) 式による変換を行うと、満期 T をもつオプションの現時点での価格 $C(0)$ は、

$$\begin{aligned} C(0) &= e^{-r_f \cdot T} E^Q[D(T)] \\ &= e^{-r_f \cdot T} E^P\left[\frac{e^{hx_T}}{E_P[e^{hX_T}]} D(T)\right] \end{aligned} \quad (5)$$

となり、台風発生数がポアソン分布に従うときのこのオプションの価格 $C(0)$ は、

$$\begin{aligned} C(0) &= e^{-r_f \cdot T} \alpha \{[\lambda e^h \cdot T(1 - \Lambda(K-1, (\lambda T)e^h))] \\ &\quad - K[1 - \Lambda(K, (\lambda T)e^h)]\} \end{aligned} \quad (6)$$

で表すことができる。ここで λ はポアソン分布のパラメータが $\lambda T e^h$ であり、 $\Lambda(\cdot)$ はポアソン分布の分布関数である。(5) 式から (6) 式への詳細な変形は本論に記載 [1]。

さらに、支払い限度額を考慮した場合、支払い限度額 β 円に対する権利行使限度日数を L とすると、

$$\bar{D}(T) = \alpha \max(\min(X_T, L) - K, 0) \quad (7)$$

となり、支払い限度額を考慮した場合のオプションの価値 $\bar{C}(0)$ は、

$$\begin{aligned} \bar{C}(0) = e^{-r_f T} \alpha [& \lambda e^h \cdot T(\Lambda(L-1, \lambda e^h \cdot T)) \\ & - \Lambda(K-1, \lambda e^h \cdot T) - K(1 - \Lambda(K, \lambda e^h \cdot T)) \\ & + L(1 - \Lambda(L, \lambda e^h \cdot T))] \quad (8) \end{aligned}$$

となる。ただし、権利行使限度日数 L は $L = \beta/\alpha + K$ で表される。

5 オプションの構築

本論文では、台風の影響を受けやすい沖縄県における台風発生数について、とりわけ台風の発生数がどれだけ沖縄県の観光客に影響を与えているかを考察する。

平成 11 年から平成 21 年までの 7, 8, 9 月の台風発生数と沖縄県への観光客数との相関関係を調べると [2][3]、図 1 のようになり、相関係数は -0.72 となるので、負の相関関係があるといえる。これは、台風の発生数が多いほど観光客の数が減ることを意味する。

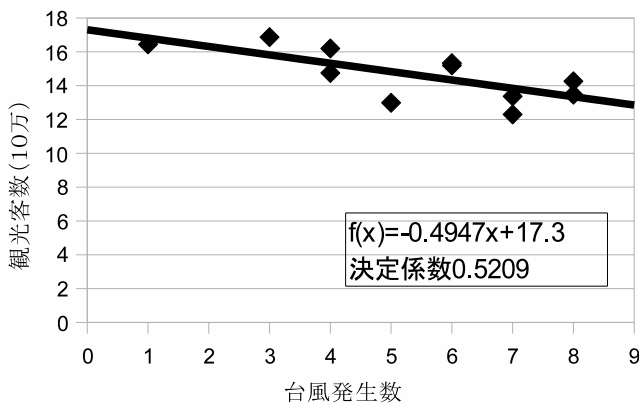


図 1 相関関係

これより、感応度は 38000 となり台風が 1 回発生するごとに 38,000 人の観光客が減少するため、観光客ひとり当りの利用金額はだいたい 77,000 円 [2] とすると、およそ 30 億円の減収になる。安全利子率 r_f を 5% 平均台風発生数が 5.5 であるので、権利行使回数 K を 5 とし、 $T = 1$ とする。また、エッシャーパラメータ h は、天候デリバティブのように市場取引がなされていない場合推定することが困難なため、今村 [4] で推定された $h = -0.7$ を用いる。その結果オプション価格は次に示される図 2 のようになる。

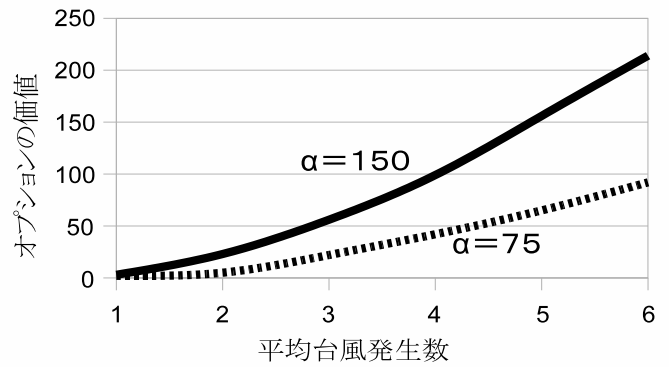


図 2 支払い金額 α とオプション価格

α は台風が K 回以上発生する確率の期待値と、平均台風発生数をもとの減収の期待値との比率から設定した。 β は台風発生数の期待値と支払額 α から 395 に設定した。

結果として、平成 16 年を例にとってみると、台風発生回数が 8 回であったとき、 $\alpha = 75$ のときは 133 億円 $\alpha = 150$ のときは 236 億円だけ減収をカバーできた。

6 考察

本研究において、市場取引が活発でない不完備市場のオプション評価方法をエッシャー変換を用いることで得ることができた。

オプションの例として、沖縄県の台風発生数に対する観光客からの減収を扱った。図 2 では平均台風発生数が多いほどオプション価格が増加している。これは、行使日数 K を上回る確率が上昇していくからである。また 1 回あたり支払額 α の値が大きくなればオプションの価格も上昇していくことも示されており、 α の設定金額がオプションの価格に影響しており、大きく設定すればよりリクス選好的な投資となることがわかった。

7 おわりに

本研究では離散確率下における金融派生商品の評価方法について考察した。特に、沖縄県の観光客がもたらす、台風による収益のリスクヘッジを考察した。

今後の課題として、台風発生数のモデル化の精度の向上、より詳細な沖縄県の観光収入に対してのデリバティブの作成、エッシャーパラメータの推定が挙げられる。

参考文献

- [1] 森平総一郎：『イベントリスクに対するデリバティブ契約の評価』。慶応義塾大学、2003。
- [2] 沖縄県 HP
<http://www.pref.okinawa.jp/>
- [3] 気象庁 HP
<http://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/index.html>
- [4] 今村有里子：”アジア諸国の株式市場-グローバル化と国際関連動性-”。一橋大学商学研究科博士論文 (2002)