

2自由度PIDによる2入力2出力磁気浮上装置の分散制御

2005MM082 竹内 あい

指導教員：高見 勲

1 はじめに

PIDの歴史は古く、現在も生き続けており、示唆に富んでいるという意味において、PID制御は制御系設計の原点といえる。

また、多入力多出力系のシステムにおいて、高度な多変数制御設計の方法が存在しているにもかかわらず、分散制御は幅広く使われている。なぜなら、分散制御は集中制御に比べ設計が単純であり、実装やチューニング、メンテナンスが低いコストで簡単に実装できるからである。しかし、分散制御を使うことは干渉によって性能を悪化させる可能性がある。

そこで本研究では、PID制御による、干渉も含めた多入力多出力系での分散制御について考えていきたい。

2 制御対象

本研究で制御対象とする磁気浮上装置は図1である。これは上側と下側にあるコイルに電圧をかけることで磁界を発生させ、その間にある2枚の円盤磁石の位置を制御するシステムである。

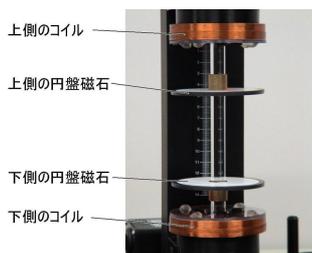


図1 磁気浮上装置モデル 730

3 モデリング

運動方程式 $m\ddot{y} + m\beta\dot{y} = F$ より、磁気浮上システムのモデリングを行う[1]。ただし、 m :磁石の重さ、 y :磁石の位置、 β :動摩擦係数、 F :磁石にかかる全ての力とする。円盤磁石がコイルまたは他方の円盤磁石から受ける力は

$$f = \frac{u}{a(y+b)^4} \quad (1)$$

と表せるので、磁気浮上システムの運動方程式は

$$m\ddot{y}_1 + m\beta\dot{y}_1 = \frac{u_1}{a(y_1+b)^4} + \frac{c}{a(l-y_1-y_2+b)^4} + \frac{u_2}{a(l-y_1+b)^4} \quad (2)$$

$$m\ddot{y}_2 + m\beta\dot{y}_2 = \frac{u_1}{a(l-y_2+b)^4} + \frac{c}{a(l-y_1-y_2+b)^4} + \frac{u_2}{a(y_2+b)^4} \quad (3)$$

となる。

ここで、上側の円盤磁石が不安定であるため補償器を付け、動作点 $y_{10} = 0.01$, $y_{20} = 0.02$ でテイラー展開し、それぞれの定数の値を代入する。すると運動方程式は、

$$0.135\ddot{y}_1 + 0.567\dot{y}_1 = -212.6789y_1 + 4.1552y_2 + 2.1632u_1 + 0.0428u_2 \quad (4)$$

$$0.135\ddot{y}_2 + 0.567\dot{y}_2 = 4.1552y_1 + 42.6293y_2 + 0.0530u_1 + 1.2858u_2 \quad (5)$$

となる。

4 ペアリング

多入力多出力系では干渉が起こるので、制御変数と操作変数の組み合わせ(ペアリング)が重要になってくる。ペアリングの方法の1つである相対ゲイン配列(RGA)によって干渉の度合いを求め、ペアリングを決定する。

RGAは、ループ間の干渉を表す指標であり、1つの制御変数 y_i と操作変数 u_i において、他の制御ループ $y_j - u_j$ を開ループにした場合の伝達関数と、閉ループにした場合の $y_i - u_i$ の伝達関数の比によって表される。ただし、他方のループのコントローラが決まらない限り計算できないので、制御性能が究極的に追及して設計されたコントローラ C_j ($\frac{1}{C_j} = 0$) を想定する。

RGAの各行および各列の要素の和は1であり、1に近いペアほど干渉は弱く、そのペアリングは適切と判断できる[2],[5]。

磁気浮上装置のRGAは、

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 1.02696 & -0.02696 \\ -0.02696 & 1.02696 \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。

したがって(6)式より、この磁気浮上装置のペアリングは下側の円盤磁石を下側のコイルで、上側の円盤磁石を上側のコイルによって制御することが理論的に正しいことがわかる。また、 λ_{11} と λ_{22} が1に近いので、干渉はあまりないことも示している。

よって、本研究では干渉を外乱として取扱い、制御系に外乱抑制を持たせた上で、目標値追従を目指していく。

5 制御系設計

5.1 2自由度制御系

図2の制御系は2自由度制御系である。フィードフォワード要素 $C_2(s)$ は外乱 $d(s)$ から制御量 $y(s)$ への伝達関数 $G_{yd}(s)$ に影響を与えないため、フィードバック要素 $C_1(s)$ を用いて $G_{yd}(s)$ を決めた後でも、 $C_2(s)$ を変化させることによって目標値 $r(s)$ から $y(s)$ への伝達関数 $G_{ry}(s)$ を独立に調整することができる[4]。

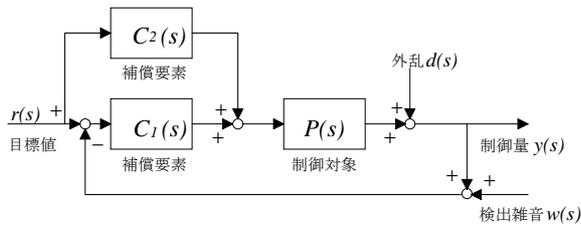


図 2 2 自由度制御系

5.2 部分的モデルマッチング

2 自由度制御系の $C_1(s)$ の PID パラメータは、部分的モデルマッチングで求める。 $G_{dy}(s)$ を規範モデル $G_M(s)$ に近似的に一致させて決定する [3]。

6 シミュレーション

設計した 2 自由度 PID コントローラで、干渉系のシミュレーションを行った。ここでは入力として、上側の円盤磁石に時刻 0[s] から 6 秒間、下側の磁石に時刻 3[s] から 6 秒間、1[cm] のステップ入力を位置に入れた。シミュレーション結果は図 3、図 4 となる。

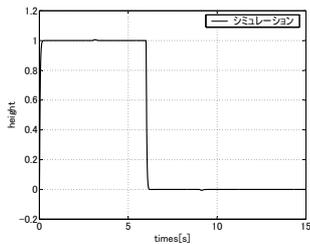


図 3 上側の円盤磁石のシミュレーション結果

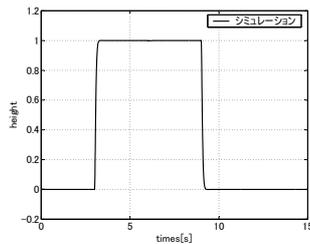


図 4 下側の円盤磁石のシミュレーション結果

これらのシミュレーション結果より、2 入力 2 出力系のシステムの干渉を外乱として扱い、分散制御として独立に制御系を設計しても干渉の影響が抑えられていることが示された。

7 実験

磁気浮上装置を用いて実験を行った。入力はシミュレーションと同様のステップ入力を入れた。実験結果は図 5、図 6 となった。

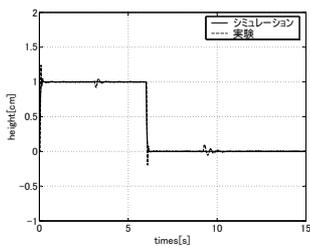


図 5 上側の円盤磁石の実験結果

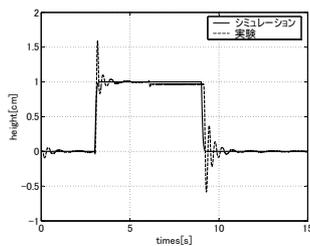


図 6 下側の円盤磁石の実験結果

よって、分散制御として設計しても、それぞれ制御できることが示された。しかし、シミュレーション結果と実験結果が異なり、特に下側の円盤磁石の実験結果は振動している。

下側の円盤磁石の目標値応答のシミュレーションの波形が急なステップ状となっているので、PID パラメータを部分的モデルマッチングの規範モデルを $\alpha_1 = \alpha_2 = 6$ と変更して、目標値応答がややなだらかなステップ状となるようにした。

再度、同じステップ入力を入れて同様の実験を行ったところ、実験結果は図 7、図 8 となり、下側の円盤磁石のオーバーシュートはほとんどなくなった。

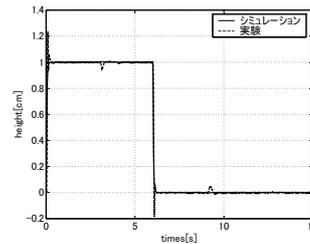


図 7 変更後の上側の円盤磁石の実験結果

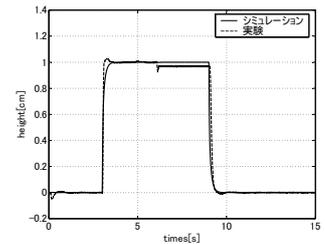


図 8 変更後の下側の円盤磁石の実験結果

8 おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す。

- 2 入力 2 出力磁気浮上装置における効果的なペアリングを、RGA を用いて示した。
- RGA の値より、磁気浮上装置の 2 枚の円盤磁石の干渉が少ないことを示した。
- 非干渉化を行わず、干渉を外乱として取り扱うことで 2 自由度制御系を使い、分散制御で制御系設計を行った。
- 干渉が少ない場合は、非干渉化を行わずとも効率的に制御系が設計できることを示した。
- 以上の理論の妥当性を実験により検証した。

参考文献

- [1] 奥田哲也：磁気浮上実験機における 2 入力 2 出力システムの制御，南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文 (2006)。
- [2] 大嶋正裕：プロセス制御システム，コロナ社 (2003)。
- [3] 北森俊行：制御系対象の部分モデルマッチング法に基づく制御系の設計法，計測自動制御学会論文集，15-4，549/555(1979)。
- [4] 須田信英：PID 制御，朝倉書店 (1992)。
- [5] Qing-guo Wang, Zhen Ye, Wen-Jian Cai, Chang-Chieh Hang: PID Control for Multivariable Process, Springer(2008)。