

倒産確率推定におけるリスク管理

2005MM024 蟹江 遼

指導教員: 澤木 勝茂

1 はじめに

近年、アメリカの大手証券会社であるリーマン・ブラザーズが経営破綻したように、世界中で継続的かつ構造的ともみられる企業倒産が相次いでおり、デフォルトリスクに対する人々の関心も急速に高まっている。

本研究では、こうした問題に対して信用リスクを株価データを用いた期待倒産確率: EDP (Expected Default Probability) というモデルを用いて、倒産確率を時系列で推定し、企業のリスク管理を想定負債満期、負債価値、資産価値、資産の期待成長率、資産期待成長率の標準偏差の5つのパラメータの値がどのようになっていけば倒産確率が低くなるか、考察していった。

2 モデルの概要

期待倒産確率 EDP では、企業の倒産を法律上の定義である「負債を現有資産の売却によっても返済できない状態」と解釈する。今回、企業の資本構成が1種類の負債と株主資本からなると仮定し、負債満期における資産価値の確率分布を推定し、倒産確率を求めていく。 EDP とは企業価値を原資産価格とし、負債価値を行使価格とするヨーロッパ・コールオプションにおいて負債満期時点で債務超過になる確率と定義されている。また、本研究で用いる EDP のモデルは参考文献 [1],[2],[3],[4] に掲載されているモデルを基に構築していく。

2.1 定式化

本研究では、原資産が幾何ブラウン運動の確率過程にしたがうことを想定して倒産確率を推定していく。また、原資産を株とする。以上のことから、資産価値 A_t ($0 \leq t \leq T$) が以下のような確率微分方程式にしたがうと仮定する。

$$dA_t = \mu_A A_t dt + \sigma_A A_t dZ_t \quad (1)$$

μ_A : 資産の期待成長率

σ_A : 資産期待成長率の標準偏差 (ボラティリティ)

Z_t : 増分ウィナー過程

さらに、現在の資産価値は A_0 であり、 T 期における資産価値 A_T は (1) 式を計算すると、

$$A_T = A_0 e^{(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2})T + \sigma_A Z_T} \quad (2)$$

となり、この式の両辺の対数をとると、

$$\ln A_T = \ln A_0 + \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T + \sigma_A Z_T \quad (3)$$

となる。 A_T は対数正規分布すると仮定すると、(3) 式より T 期における資産の対数値は、平均 $\ln A_0 + (\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2})T$ 、分散 $\sigma_A^2 T$ の正規分布にしたがうことが分かる。また、ここで T 時における負債価値を $B_T, f_{A_T}(\cdot)$ を正規

密度関数、 $F_{A_T}(\cdot)$ を累積標準正規密度関数とすると期待倒産確率 EDP は

$$\begin{aligned} EDP &= \Pr(A_T < B_T | A_0) \\ &= \Pr(\ln A_T < \ln B_T | \ln A_0) \\ &= \int_{-\infty}^{\ln B_T} f_{A_T}(\ln A_T) d \ln A_T \\ &= F_{A_T} \left(\frac{\ln B_T - [\ln A_0 + (\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2})T]}{\sigma_A \sqrt{T}} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

となる。

2.2 パラメータの推定

想定負債満期 $T: T=1$ 年とする。1年という時間は短期負債と長期負債の区切りとなる時間であり、企業の総合的な信用リスクを計るという今回の目的に適しているため、この値を用いる。

時点 T における負債価値 $B_T: B_T$ は市場では観測することができないので、(簿価) B を代用する。

時点 0 における資産価値 A_0 : 0 時点における自己資本の時価を E_0 、また株価を S_0 とすると、 E_0 は S_0 に発行済株式数 n を掛けることによって得られる。よって、資産価値 A_0 は簿価 B と株主資本 E_0 を足したものとなるので、

$$A_0 = B + E_0 = B + nS_0 \quad (5)$$

となる。

資産の期待成長率 μ_A : 株主資本期待成長率を μ_E 、負債期待成長率を μ_D とすると、資産期待成長率 μ_A は

$$\mu_A = \left(\frac{E_0}{A_0} \right) \mu_E + \left(1 - \frac{E_0}{A_0} \right) \mu_D \quad (6)$$

という関係が成り立つ。この時、 μ_E は株価を S_t として

$$\mu_E = \bar{u}_t * 250 \quad (7)$$

$$u_t = \ln(S_t/S_{t-1}) \quad (8)$$

というように、日次収益率を求め、その平均値を年次換算することで求めることができる。なお、この日次収益率の平均を取る際、倒産確率推定日当日までの直近の60営業日(約3ヵ月)の日次収益率を用いて計算する。また、負債価値は、1年間簿価で一定であると仮定しているため、 $\mu_D=0$ となる。このため、本研究において μ_A は

$$\mu_A = \left(\frac{E_0}{A_0} \right) \mu_E \quad (9)$$

となる。

σ_A : 資産期待成長率の標準偏差 (ボラティリティ): 株価ボラティリティ σ_E を用いて推定する。また、この株価ボラティリティ σ_E は、

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (u_t - \bar{u}_t)^2 * 250} \quad (10)$$

$$u_t = \ln(S_t/S_{t-1}) \quad (11)$$

というように、倒産確率推定日当日までの過去 n 日分の株価の日次収益率の標準偏差を年率換算して得られ、これを推定値として計算する。また、 μ_A を求める時と同様に $n=60$ とする。

3 倒産確率とパラメータの関連性

倒産確率が減少する時 EDP を構成するパラメータがどのように変化しているか考察した。また、想定負債満期 T と負債価値 B_T は一定であるため除外したが、想定負債満期は大きく取れば取るほど推定結果の信頼性が小さくなり、負債価値は小さくなればなるほど資産価値が大きくなるので倒産確率が減少することが想像できる。

3.1 倒産確率が減少する時の資産価値 A_0 の変動

倒産確率を推定し、数値が減少した時、資産価値 A_0 はどのように増減したか、企業のデータを基に考察した。

表 1 パナソニック (A_0)

	倒産確率	A_0 (億円)
2008年8月18日	0.163	50674
2008年8月19日	0.162	50061
2008年8月20日	0.162	48711
2008年8月21日	0.169	48221
2008年8月22日	0.162	47607
2008年8月25日	0.134	48711
2008年8月26日	0.141	48466
2008年8月27日	0.142	47485
2008年8月28日	0.146	47730
2008年8月29日	0.141	49202

3.2 倒産確率が減少する時の資産の期待成長率 μ_A の変動

倒産確率を推定し、数値が減少した時、 μ_A はどのように増減したか、企業のデータを基に考察した。

表 2 パナソニック (μ_A)

	倒産確率	μ_A
2008年7月22日	0.412	0.124
2008年7月23日	0.412	0.280
2008年7月24日	0.416	0.408
2008年7月25日	0.411	0.334
2008年7月28日	0.419	0.178
2008年7月29日	0.168	-0.534
2008年7月30日	0.156	-0.646
2008年7月31日	0.216	-0.374
2008年8月1日	0.214	-0.306
2008年8月4日	0.199	-0.200
2008年8月5日	0.167	-0.041

3.3 倒産確率が減少する時の資産期待成長率のボラティリティ A の変動

倒産確率を推定し、数値が減少した時、 A はどのように増減したか、企業のデータを基に考察した。

表 3 パナソニック (A)

	倒産確率	A
2008年7月24日	0.416	6.15
2008年7月25日	0.411	6.08
2008年7月28日	0.419	6.15
2008年7月29日	0.168	4.28
2008年7月30日	0.156	4.21
2008年7月31日	0.216	4.58
2008年8月1日	0.214	4.57
2008年8月4日	0.199	4.50
2008年8月5日	0.167	4.33
2008年8月6日	0.165	4.32

4 おわりに

まず資産価値についてであるが、これは増加すると倒産確率が減少していく傾向にあることが分かる、増加させるには株価の上昇、発行済株式数の増加、負債の減少が考えられる。次に、資産の期待成長率であるが、これは正の値の時期を保っていると、倒産確率が減少していく傾向にあることが分かる。正の状態を保つには株価の日次収益率を用いているので、日々の株価が減少の傾向を辿らず、増加の傾向にあれば望ましいことが考えられる。最後に、資産期待成長率のボラティリティであるが、これは減少していくと倒産確率が減少していくことが分かる。減少させるには、ボラティリティを構成するパラメータの数式から、株価の日次収益率の平均値がより小さいことが望ましい。また、この平均値がより小さくなるには、株価の変動が少なくなればよいということが考えられる。

参考文献

- [1] 森平爽一郎, 小暮厚之:『ファイナンシャル・リスクマネジメント』. 朝倉書店 (2000).
- [2] 星里佳:『ヨーロピアン・オプション・アプローチによる企業の倒産確率推定』. 中央大学理工学部情報工学科 (2004).
- [3] 藤原裕之:『邦銀の倒産確率の推定とその有用性～ロジット・プロビット分析とオプション・アプローチによる推定～』. 日本リサーチ総合研究所 (2002).
- [4] 齋藤啓幸:『オプション・アプローチによる銀行の倒産確率推定』. 慶應義塾大学総合政策学部 (1997).
- [5] マネー・マーケット-株価検索 (総合):
<http://markets.nikkei.co.jp/ranking/stock/access.aspx>.
- [6] Yahoo!ファイナンス: <http://quote.yahoo.co.jp/>.
- [7] Electronic Disclosure for Investors' NET work:
<http://info.edinet-fsa.go.jp/>