客の店舗選択行動による立地競争モデル
—様々な人口分布を仮定して—

2005MM014　池田和樹　　2005MM058　酒井啓介
指導教員: 伏見正則

1　はじめに

新しく店を開こうと考えたときに, 最も重要視されるのは利益である．この利益の大きさを左右する要因は様々なものがある．例えば, 品物, 内装, 流行, 評判, 立地条件などがあげられる．この中の立地条件を改善し, 利益を向上させることのできる「ハフモデル」というものがある.

ハフモデル [1] とは, 小売店の立地計画について, 事前に集客力, 売上高を予測するためのモデルである．客の店舗選択行動は, 以下の 3 つに影響される.

1. 身近な店舗であること
2. 品揃えが豊富である, つまり施設規模の大きな店舗であること
3. 駐車場の整備, 近隣の駅の存在など利便性が高い店舗であること

現実に起こりうる事例に対処するためには, 店舗数の一般化, 2 次元への拡張, 値付け競争の導入など様々な点を考慮する必要があるのだが, 今回は線分都市上に 2 つの店舗を与え, 客がハフモデルに従って店舗を選ぶときの立地競争を, 人口分布が均一の場合と, 不均一な場合で分析し, 比較していく.

文献 [2] を参考にして, 定式化, 指数型ハフモデルを作成した.

2　定式化

線分都市 [0,L] 上に 2 つの店舗が存在するものとし, 2 つの店は同一種類の品物を商っており都市内の客を奪い合うものとする．2 つの店舗は j (j=1,2) とする.

S_j：店舗 j の魅力をスカラー化したもの (床面積や品揃えなど)

t_j：[0,L] 上のある 1 人の客が店舗 j を訪れるときの所要時間

x_j：店 j の位置

p_j：客が店舗 j を選ぶ相対頻度

f_j：店舗 j が客を引く力

$$f_j = f(S_j, t_j) \qquad (j = 1, 2) \tag{1}$$

通常の買い物行動においては, f が S_j の増加関数であり, t_j の減少関数である.

$$p_j = \frac{f_j}{f_1 + f_2} \qquad (j = 1, 2) \tag{2}$$

都市内には均質な交通手段が用意されており, 任意の 2 点間を速さ w で移動できるものとすると, このとき位置 u の客の店 j への所要時間 $t_j(u)$ は, 移動距離 $r_j(u)$=|x_j-u| を w で除して与えられる.

$$t_j(u) = \frac{r_j(u)}{w} = \frac{|x_j - u|}{w} \qquad (j = 1, 2) \tag{3}$$

これを (1) に代入したときの (2) は, 位置 u の客が店舗 j を選ぶ相対頻度であり, 以下のように表される.

$$p_j(u) = \frac{f(S_j, t_j(u))}{f(S_1, t_1(u)) + f(S_2, t_2(u))} \quad (j = 1, 2) \tag{4}$$

さらに, 圏域の客の分布 ρ=$\rho(u)$　(0≤u≤L) を

$$\int_0^L \rho(u)du = 1 \tag{5}$$

と基準化して与える．このとき店舗 j が確保する客の割合を ϕ_1 として定式化すると次のように表すことができる. (ϕ_1+ϕ_2=1)

$$\phi_1 = \int_0^L p_1(u)\rho(u)du \tag{6}$$

3　指数型ハフモデル

店舗が客を引く力を指数型の重力モデルで与える.

$$f(S, t) = kS^\alpha e^{-\gamma t} \tag{7}$$

ただし, 今回は常に $\alpha = 1$ で考えるため, S^α を S とおく．このとき (4) の相対頻度は次式となる.

$$p_j(u) = \frac{S_j e^{-\gamma t_j(u)}}{S_1 e^{-\gamma t_1(u)} + S_2 e^{-\gamma t_2(u)}} \quad (j = 1, 2) \tag{8}$$

$x_1 \le x_2$ の条件の下で, (6), (8) の式に基づいて店 1 の占有率 ϕ_1 を求める.

$$\begin{aligned}\phi_1 = &\int_0^{x_1} \frac{\rho(u)du}{1 + \frac{S_2}{S_1}e^{\gamma\frac{x_1 - x_2}{w}}} \\ &+ \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(u)du}{1 + \frac{S_2}{S_1}e^{\gamma\frac{2u - x_1 - x_2}{w}}} \\ &+ \int_{x_2}^{L} \frac{\rho(u)du}{1 + \frac{S_2}{S_1}e^{\gamma\frac{x_2 - x_1}{w}}}\end{aligned} \tag{9}$$

$x_2 < x_1$ のときの市場占有率 ϕ_1 を知りたければ, 上式の (x_1, S_1) と (x_2, S_2) を入れ換えればよい．w は移動速度, γ は時間抵抗係数なので, w/γ は移動しやすさを表している．γ は商品によって異なり, 日用品や食料品などの最寄り品では大きく, 服や靴などの買回り品では小さくなる．一般的に γ は最寄り品の場合は 2.0, 買回り品の場合は 1.5 と言われている．(9) から市場占有率が移動速度と時間抵抗係数の比 w/γ[km] の関数であることが分かる．(9) を吟味することによって, 次の成立が判明する.

$$\lim_{w/\gamma \to \infty} \phi_1 = \frac{S_1}{S_1 + S_2} \tag{10}$$

$$\lim_{w/\gamma \to 0} \phi_1 = \int_0^{\frac{x_1+x_2}{2}} \rho(u)du \qquad (11)$$

(10) から, 速度 w の増大や時間抵抗係数 γ の減少, つまり交通が便利になると店舗の魅力に見合った売り上げがもたらされることが分かる. その逆に (11) からは, 交通が不便なときは何処に出店されているか, が重要であることが分かる.

3.1 均一な人口分布

人口分布の具体例として, 最も基本的である均一分布を想定する.

$$\rho(u) = \frac{1}{L} \quad (0 \le u \le L) \qquad (12)$$

数値例を $(x_1/L, x_2/L)$=(1/4,3/4), $(S_1, S_2) = (3, 2)$ と与える. 図 1 は移動速度-時間抵抗係数比 w/γ の市場占有率への影響を示している. 数値例のように $S_1 > S_2$ の場合, ϕ_1 は w/γ の増加関数である. そして, (10) から $\phi_1 \to S_1/(S_1 + S_2) = 3/5$ $(w/\gamma \to \infty)$ が成り立つ. また, (11) から $\phi_1 \to 1/2$ $(w/\gamma \to 0)$ も成り立つ.

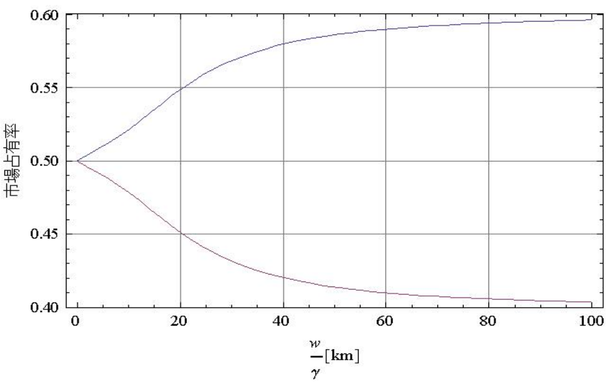

図 1 均一人口分布下での移動速度-時間抵抗比 w/γ の市場占有率への影響 ($(x_1/L, x_2/L)$=(1/4,3/4), $S_2/S_1 = 2/3$) (上の線が ϕ_1, 下の線が ϕ_2 を表している)

3.2 都市集中型の人口分布

2 つめに都市集中型の人口分布についても同様に考えていく.
都市集中型を再現するために, 正規分布をベースとした以下の式を利用することとする.

$$\rho(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}c} e^{-\frac{(u-\frac{L}{2})^2}{2c^2}} \quad (0 \le u \le L) \qquad (13)$$

ただし, $c = L/10$ とする.

3.3 ドーナツ型の人口分布

3 つめにドーナツ型の人口分布についても同様に考えていく.
ドーナツ型を再現するために, 今回も正規分布をベースとした以下の式を利用することとする.

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}d} e^{-\frac{(u-\frac{L}{4})^2}{2d^2}} & (0 \le u \le \frac{L}{2}) \\ \frac{1}{2\sqrt{2\pi}d} e^{-\frac{(u-\frac{3L}{4})^2}{2d^2}} & (\frac{L}{2} < u \le L) \end{cases} \qquad (14)$$

ただし, $d = L/20$ とする.

3.4 均一分布と不均一分布 (都市集中型, ドーナツ型) の比較

図 2 は店舗の位置を $(x_1/L, x_2/L)$=(1/4,3/4), 図 3 は店舗の位置を $(x_1/L, x_2/L)$=(0,1/2) として人口が均一, 都市集中型, ドーナツ型の人口分布のもとでそれぞれ客が移動しやすくしていった場合を同時に表示したものであるが, 両方の図にも表れているように, すべての場合において客が移動しやすくなると同時に, 魅力のある店舗へと客は流れていく. しかしそれぞれの状況によって流れていくスピードに違いがある. ここから状況ごとに検討していく.

まず, 図 2 について検討すると都市集中型の場合は魅力の高い店に客が流れていく傾向がより強く現れているということが分かる. よって新しく店を開こうと考えたとき, 都市集中型の地域に出店するならば, より魅力のある店舗にしていかなければ, 客を獲得していくことは難しいと言える. 逆に, ドーナツ型は移動しやすくなっても, 魅力のある店舗に流れるスピードは遅い. したがって魅力に影響を受けにくいといえる.

次に, 図 3 を見てみると, 都市集中型だけは最初から相手の店舗に多くの客を占有されており, 店舗の位置に大きな影響を受けていることがわかる. 逆に, 均一とドーナツ型は比較的店舗の位置による影響を受けていない.

図 2, 図 3 から考えられることは, 都市集中型が店舗の位置, 魅力の両方に大きな影響を受けているということである.

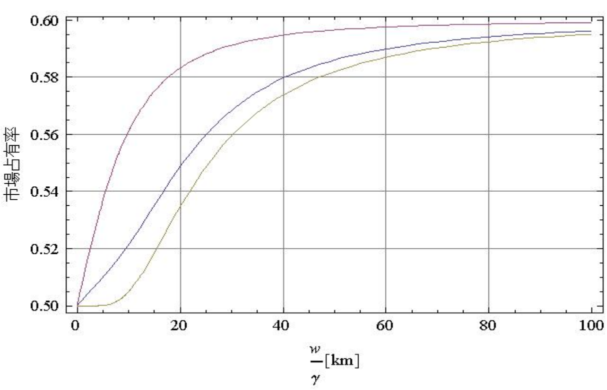

図 2 様々な人口分布下での移動速度-時間抵抗比 w/γ の市場占有率への影響 ($(x_1/L, x_2/L)$=(1/4,3/4), $S_2/S_1 = 2/3$)(上の線から順に, 都市集中型, 均一, ドーナツ型を表している)

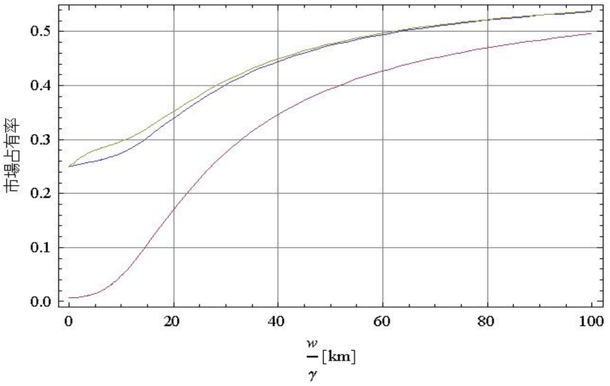

図 3 様々な人口分布下での移動速度-時間抵抗比 w/γ の市場占有率への影響 ($(x_1/L, x_2/L)$=(0,1/2), $S_2/S_1 = 3/2$) (上の線から順に, ドーナツ型, 均一, 都市集中型を表している)

4 様々な人口分布の下での立地競争モデル

4.1 均一な人口分布下での立地競争モデル

x_i に数値を代入して最適な x_j を求めるには ($i{\neq}j$), ϕ_j を x_j について最大化すればよい. この最適解を次式で示す.

$$x_1 = x_1^*(x_2) = \arg\max_{x_1} \phi_1(x_1, x_2) \tag{15}$$

$$x_2 = x_2^*(x_1) = \arg\max_{x_2} \phi_2(x_1, x_2) \tag{16}$$

店舗の移動にはコストが全くかからないものと仮定し, (15), (16) の逐次代入型の立地競争が繰り広げられるものとする. まずは均一な人口分布下での立地競争を検討するために, 数値例として L=100km, w/γ = 10km, $S_2/S_1 = 1$ を与える. 図 4 は占有率 $\phi_j(x_1, x_2)$ の概形を図 5 はその等高線を表す. 図 5 の曲線 $x_1 = x_1^*(x_2)$ は等高線の尾根を, 曲線 $x_2 = x_2^*(x_1)$ は等高線の谷を辿っている. ライバル店舗の位置を決めたとき, 等高線の尾根は店舗 1 にとって最適な位置の軌跡を, 等高線の谷は店舗 2 にとって最適な位置の軌跡を表している. 図 5 の折線は, x_1 の初期値 (10km) から出発して交互の立地競争が行われる様子を示している.

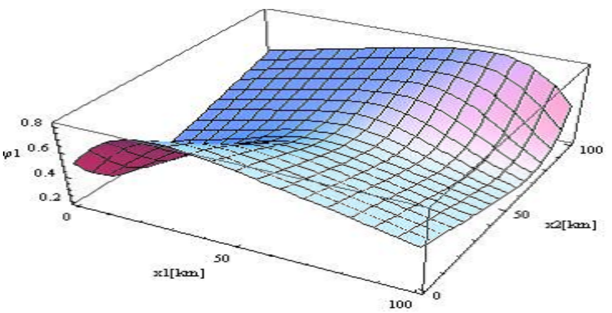

図 4 均一な人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の概形 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 1$)

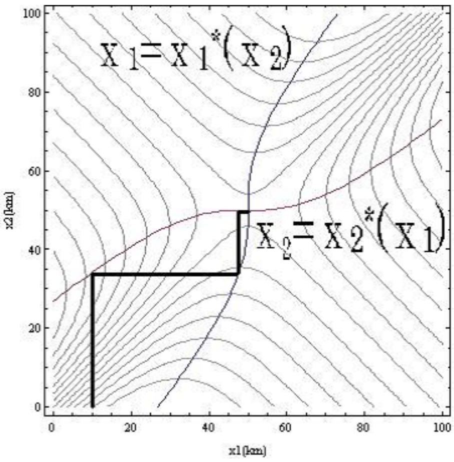

図 5 均一な人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 1$)

しかし, 数値例によって全く違った立地競争が行われる場合がある. それが図 6 である. 図 6 は L=100km, $w/\gamma = 10$km, $S_2/S_1 = 4$ を与えた立地競争の図である.

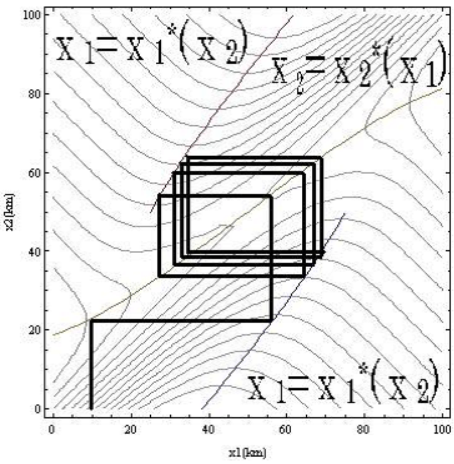

図 6 均一な人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 4$)

このように $S_1 = S_2$ の場合は都市の中心に集中し, $S_1 \neq S_2$ の場合は振動する.

4.2 不均一な人口分布下での立地競争モデル

まず, 都市集中型の人口分布下で立地競争を行う. 数値例として均一な人口分布と同様に L=100km, $w/\gamma = 10$km, $S_2/S_1 = 1$ と L=100km, $w/\gamma = 10$km, $S_2/S_1 = 4$ を与えたものが, 図 7 と図 8 である.

これら 2 つの図を見てもわかるように, 均一の人口分布下で立地競争を行ったときと違い, 両方とも都市の中心に集中している. つまり, 都市集中の人口分布下では $S_1 = S_2$ の場合と, $S_1 \neq S_2$ の場合で大きな変化は見られなかった.

次に, ドーナツ型の人口分布下で立地競争を行う. 数値例として均一な人口分布と同様に L=100km, $w/\gamma = 10$km,

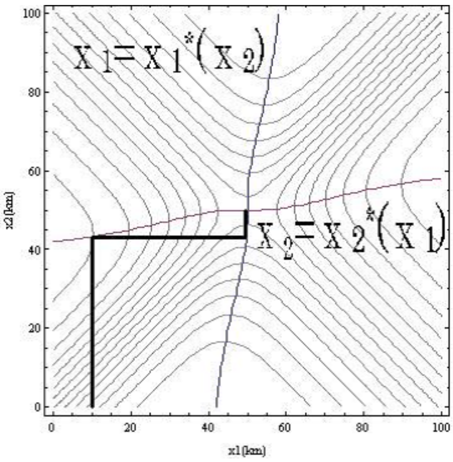

図 7　都市集中型の人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 1$)

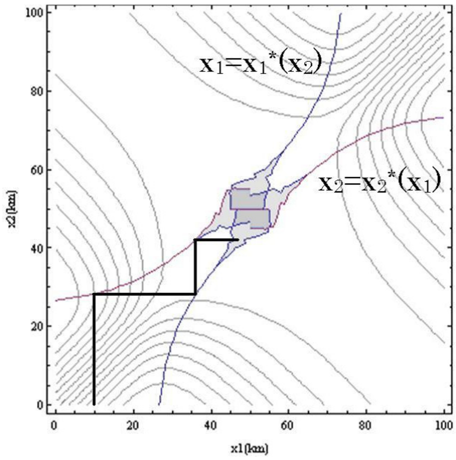

図 9　ドーナツ型の人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 1$)

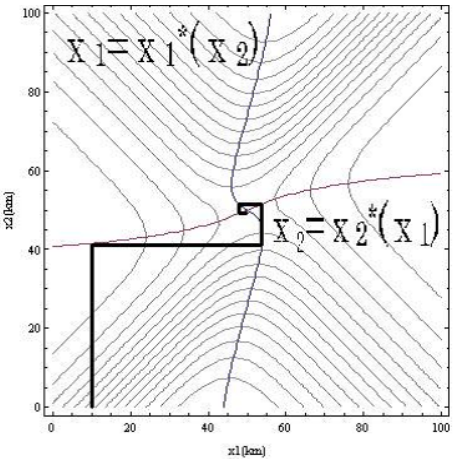

図 8　都市集中型の人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 4$)

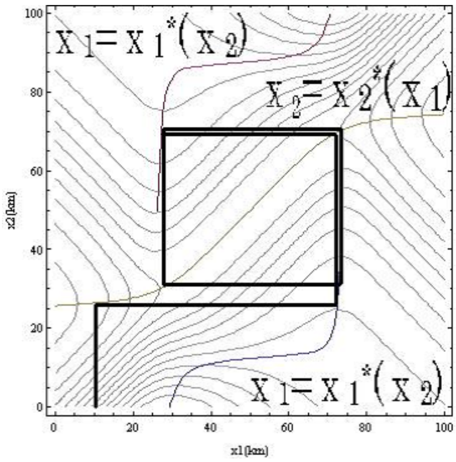

図 10　ドーナツ型の人口分布下での市場占有率 $\phi_1(x_1,x_2)$ の等高線 (L=100km, w/γ=10km, $S_2/S_1 = 4$)

$S_2/S_1 = 1$ と L=100km, w/γ = 10km, $S_2/S_1 = 4$ を与えたものが, 図 9 と図 10 である.

図 9 は $S_1 = S_2$ の場合であり, それぞれの店舗にとって最適な位置が範囲となってしまうため逐次代入型の立地競争を検討することができない結果となった.
この図の塗りつぶされている部分は, 最適な位置の範囲となっている. 色が濃くなっている部分は 2 つの店舗の最適な位置の範囲が共通していることを表している.

しかし, $S_1 \neq S_2$ の場合, それぞれの店舗にとって最適な位置が範囲となることはなく立地競争を検討することができる. その様子は図 10 に表れているように振動していることがわかる.

5　おわりに

人口分布が均一な条件だけで市場占有率を調べただけでは, 現実に対応するには不十分であると考え, 人口分布を変化させてどのような違いがあるのかを検討しようと考えた. まず, 我々は人口分布の違いごとに店舗の位置, 魅力, 移動速度-時間抵抗比を変化させて, 2 つの店舗の市場占有率にどのような影響を与えているのかを調べた. 結論として, 人口が偏っている分布では, いかに人口の多い位置を自分のテリトリーとして確保することができるかどうかが大きく影響を与えることがわかった. そうなれば, 当然のことながら相手の店舗の位置を確認してから, 最も客の確保できる位置をとるだろう. その位置取りの様子を調べるために立地競争を検証した.

立地競争も人口分布の違いごとに魅力, 移動速度-時間抵抗比を変化させて立地競争にどのような影響を与えているかを調べた. 結論として人口の多い位置を自分のテリトリーとして確保しようとする様子が都市の中心への集中と, 振動し 1 つの場所に定まらない結果に表れた.

参考文献

[1] D. L. Huff：Defining and Estimating a Trading Area. *Journal of Marketing*, Vol.28, pp.34-38, 1964.

[2] 栗田治：『客の店舗選択行動を導入したホテリングの立地競争モデル』. 都市計画論文集, No.38, pp.157-162, 2003.