

最適レギュレータによる倒立振子の安定化 -摩擦モデルの導入-

2004MM020 早田将和

指導教員：高見勲

1 はじめに

参考文献 [1] では、摩擦を無視してモデリングを行っており、最適レギュレータの重みをチューニングすることで、摩擦を抑制することが可能であると論じている。しかしながらその成果は実験から得た経験則に基づいた結果であることから、理論的に検証されたものではない。本研究では摩擦を数式モデルに組み込み、最適レギュレータの重みチューニングによる摩擦の影響を抑制することが可能であるかをシミュレーションを基に実験での検証を行う。本研究では主に粘性摩擦と非線形な摩擦を取り上げてモデリングを行う。

またその成果として最適レギュレータの重みチューニングによる摩擦の抑制が可能であることを論じていくが、重みチューニングだけで摩擦を抑制することに限界がある。

2 制御対象

2.1 モデリング

倒立振子のモデルを以下に示す。

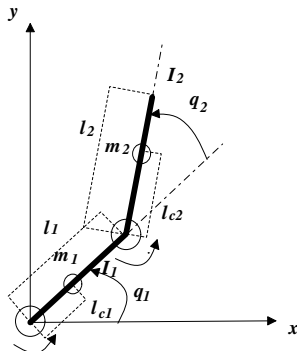


図 1 倒立振子のモデル

図 1 より倒立振子の状態方程式を求める。ラグランジュの運動方程式を使い、平衡点 ($q_1 = -\pi/2, q_2 = \pi$) でのテーラー展開を行い、線形近似を行うことで状態方程式を導出する。 q_1 はリンク 1 の角度であり、 \dot{q}_1 はリンク 1 の角速度であり、同様に q_2 はリンク 2 の角度であり、 \dot{q}_2 はリンク 2 の角速度である。

3 摩擦モデル

3.1 粘性摩擦

本研究で最も注目する点である倒立振子のリンク 1 とリンク 2 に働く粘性摩擦係数をそれぞれ c_1, c_2 とし、ラグランジュの運動方程式を用いて損失エネルギーである摩擦を運動方程式に導入する。損失エネルギー $D(t)$ を示す。

$$D(t) = \frac{1}{2} c_i \dot{q}_i^2 (i = 1, 2) \quad (1)$$

以上をラグランジュの運動方程式を利用し、運動方程式を導出する。

3.2 粘性摩擦係数

倒立振子の実験装置についているセンサーであるエンコーダは、摩擦係数を導出する上で必要不可欠な速度が計測できない。そこで実験データが時系列で出力される事に注目し、そこから速度を計算する。摩擦モデルを導出するために、まずリンク 2 を固定し、自由落下させる。エンコーダが計測できる最小の実行時間 $\Delta t = 0.005[\text{sec}]$ であり、以下に示す式に代入して粘性摩擦係数を導出する。

$$\int \frac{1}{2} c_i \dot{q}_i^2(t) dt = V_e - V_s \quad \{i = 1, 2\} \quad (2)$$

$V_e - V_s$ はポテンシャルエネルギー差である。式 (2) 式を用いて摩擦係数 $c_i \{i = 1, 2\}$ を計算により求める。このときに採用した摩擦係数を $c_1 = 1.415 \times 10^{-3}, c_2 = 4.2866 \times 10^{-5}$ とする。

3.3 非線形摩擦

非線形摩擦 $\Gamma[\text{Nm}, \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2]$ は以下の式の通りに表すことができる。

$$\Gamma = -\mu \text{sign}(\dot{q}_i) \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

$$\text{sign}(\dot{q}_i) = \begin{cases} 1 & (\dot{q}_i > 0) \\ -1 & (\dot{q}_i < 0) \end{cases}$$

である。 μ は非線形摩擦係数とする。粘性摩擦同様に非線形摩擦係数も未知数であることから計測する必要がある。

3.4 μ の導出

非線形摩擦係数 μ の導出方法は以下にわかりやすいよう図を示す。

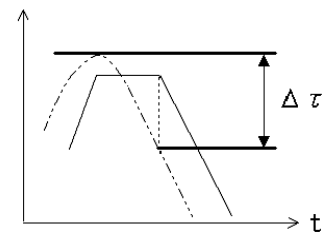


図 2 簡略図

実線が q_1 の波形で、点線が制御入力である。このとき図 2 中の $\Delta \tau$ が非線形摩擦係数 μ となる。この方法を用いて図 7 の実験結果を基に導出する。以上より非線形摩擦係数の値は $\mu = 0.05873$ となる。

4 検証

4.1 シミュレーション

平衡状態 ($q_1 = -\frac{\pi}{2}, q_2 = \pi$) から $q_1 = -\frac{\pi}{10}$ にずらしたシミュレーションを行い、それを基に実験を行う。シミュレーション結果を以下に示す。

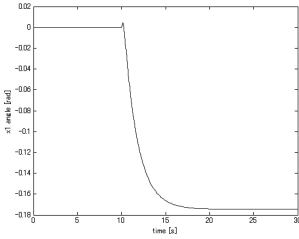


図 3 q_1

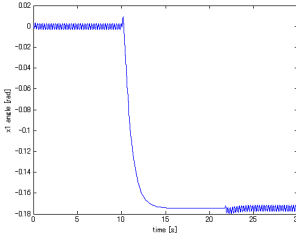


図 4 q_1 (摩擦有)

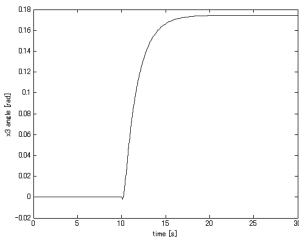


図 5 q_2

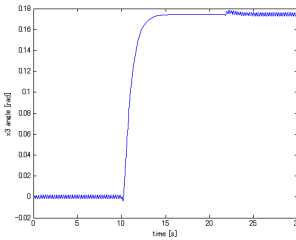


図 6 q_2 (摩擦有)

図 3, 4 と図 5, 6 より応答の遅れもなく、目標値にも収束しており、オーバーシュートも大きいな波形を示していない。0 秒から 10 秒, 20 秒から 30 秒に考慮した非線形摩擦の影響が現れている。この結果を基に実験を行う。

4.2 実験

4.1 節の摩擦有の結果を基にシミュレーションと実験結果を重ね合わせた波形を以下に示す。

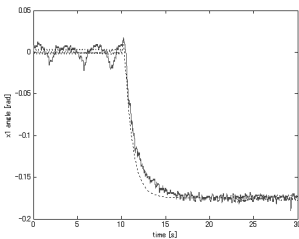


図 7 q_1

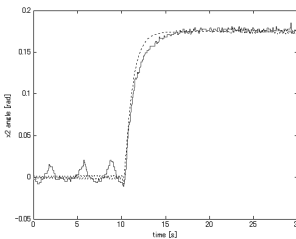


図 8 q_2

図 7, 8 について、点線がシミュレーションであり、実線が実験の波形である。シミュレーションと実験結果を比較すると非常に大きな差があることが分かる。次に最適レギュレータの重みをチューニングすることで摩擦が抑制できるかを検証するために重みをチューニングし直し、シミュレーション波形と重ね合わせて実験結果を図 9, 10 に示す。

図 9, 10 について、図 7, 8 と比較するとリミットサイクルが抑制されている。図 9, 10 の波形では、シミュレーションとある程度一致しているが、わかりにくいので図 9 の 0

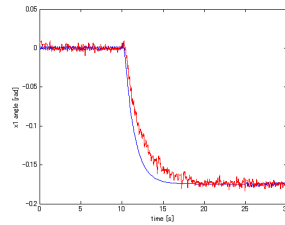


図 9 q_1 (チューニング後)

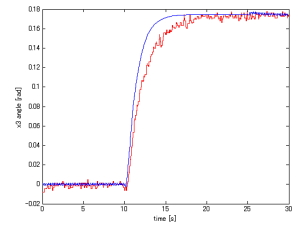


図 10 q_2 (チューニング後)

秒から 10 秒間を拡大して図 11 に示す。リンク 2 は制御を直接していないのでリンク 1 のみを示す。

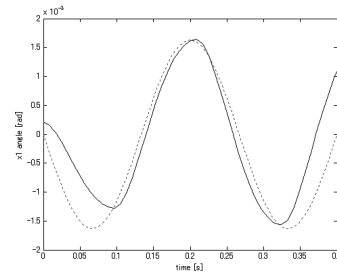


図 11 q_1 (拡大)

図 11 について周期には幾分ずれが見られるが、振幅に関しては一致している。この結果から最適レギュレータの重みチューニングによって摩擦抑制ができることが検証できた。

4.3 考察

最適レギュレータの重みチューニングをすることで、摩擦を抑制することが可能であると理論を基に検証できた。続けて重みチューニングをしゲインを大きくして検証を行った。順にチューニングしたときの振幅が $1.633 \times 10^{-3}, 1.610 \times 10^{-3}, 2.2 \times 10^{-3}, 1.625 \times 10^{-3}$ となった。始めはシミュレーション通り摩擦抑制が可能であったが、重みチューニングを行ってゲインを増加させていったとき、摩擦の影響を現状より減少させることができなかった。これは最適レギュレータの重みチューニングだけでの摩擦の抑制の限界を示している。

5 おわりに

参考文献 [1] の成果に加えて、本研究では摩擦係数を実験により同定し、これに基づき粘性摩擦と非線形摩擦をモデル化した。これを用いたシミュレーションを行い、最適レギュレータの重みのチューニングによる摩擦の抑制が可能であると検証できた。また摩擦のモデル化をすることができた。

参考文献

- [1] 坂野誠一, 川津勇治: 極配置によるペンダボットの制御設計 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文 (2004)