

# クレーンの安定化制御 —トラッキング制御とオブザーバ—

2004MM094 安江弘嗣

指導教員: 高見勲

## 1 はじめに

本研究では、制御対象であるクレーンのジブシステムにおいてトロリーに取りつけられたモータに電流を流すことによりトロリーを移動させ、トロリーに取り付けられている負荷を目標値に到達させる。また、制御手法としてトラッキング制御を用いる。その際、極と重みの関係を考慮しながらシステムを設計し、負荷の揺れを最小限に抑えながら効率的かつ迅速な負荷の移動を図る。また、クレーンにはトロリーの速度と振り子の角速度を測るセンサーが付いていないため、オブザーバを用いてこの2つを推定する。

## 2 制御対象

制御対象としてクレーンを選び、その状態空間表現は次に示す通りである。状態量を $x(t)$ とし、トロリー位置を $x_j(t)$ 、速度を $\dot{x}_j(t)$ 、振り子の角度を $\gamma(t)$ 、角速度を $\dot{\gamma}(t)$ 、操作量を $u(t)$ で表す。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), y(t) = Cx(t) \quad (1)$$

$$x(t)^T = \begin{bmatrix} x_j(t) & \gamma(t) & \dot{x}_j(t) & \dot{\gamma}(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -7.818 & 0 & 0 \\ 0 & -20.41 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 33.69 \\ 39.01 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -0.8636 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 3 制御方法

### 3.1 トラッキング制御の設計方法

トラッキング制御により、目標値追従を実現させるために次式を考える。

$$\dot{w}(t) = A_1 w(t) + B_1 u_1(t) \quad (5)$$

ただし、

$$w(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, u_1(t) = \dot{u}(t), A_1 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$e(t) = y(t) - r$  ( $r$ は目標値)

ここで、最適レギュレータ理論では、与えられた重み $Q = Q^T \geq 0, R > 0$  に対して、評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + R u(t)^2) dt \quad (6)$$

$$(Q = \text{diag}[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5], R = 1)$$

を最小化するような状態フィードバックゲイン $K$ を求める。制御入力

$$u(t) = Kx(t) + k_5 \int_0^t e(t) dt \quad (7)$$

となり、誤差に関する積分動作項を含むことがわかる。

## 4 極と重みの関係性

トラッキング制御によって整定時間が早く、オーバーシュートの少ないコントローラを実現する上で、重み $Q, R$ の値を指定したときに支配極が複素平面上のどの位置に存在するのかが大変重要になってくる。そこで、 $R$ は1に固定した上で、重み $Q$ の $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ の値をそれぞれ変えていき、支配極の変動を見ながら、支配極を複素平面上の左上45度の位置に配置させることにより、よりよいコントローラの実現を目指す。

### 4.1 重みの指定、シミュレーション

重み $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ を指定して極がどのように変動しているかを見る。図1から5の中でアスタリスクで示してある支配極がそれぞれの重みで複素平面上の左上45度の位置に最も近い極であった。それらの重みで実際にシミュレーションを行ったが、まだ整定時間が遅くオーバーシュートもあったのであまり好ましい結果とは言えなかった。そこで、図1に着目してみると $q_1$ の値が大きくなるにつれて極の虚部が小さくなっているの、振動周期が大きくなりオーバーシュートの改善が予想される。そこで、 $q_1$ を $q_1 = 1$ に変更してシミュレーションを行った。その結果が図6である。

### 4.2 考察

図6ではオーバーシュートがなく、整定時間も早くなっている。なぜ整定時間までもが早くなっているかというと、支配極が $[-0.83 \pm 1.16j]$ と $[-0.91 \pm 0.41j]$ になっているからである。双方の関係が整定時間とオーバーシュートの改善を両立しているのである。

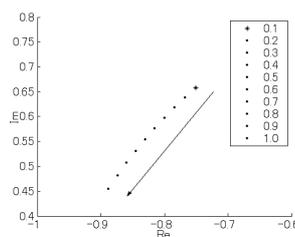


図 1:  $q_1$  による極の変化

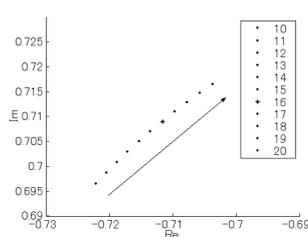


図 2:  $q_2$  による極の変化

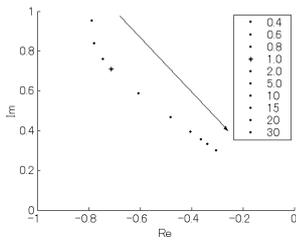


図 3:  $q_3$  による極の変化

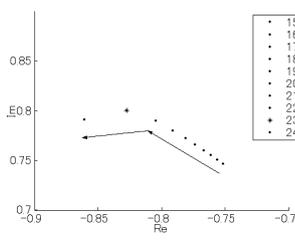


図 4:  $q_4$  による極の変化

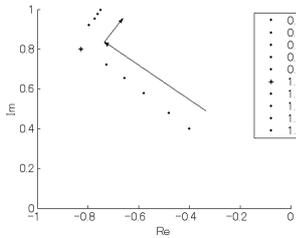


図 5:  $q_5$  による極の変化

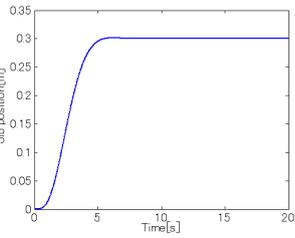


図 6: シミュレーション結果

## 5 同次元状態オブザーバ

システムの出力  $y$  と入力  $u$  の情報を用いて、状態変数の推定値を求めるシステムをオブザーバという。本研究では、状態  $x(t)$  と同一の次元を持つ状態オブザーバの一つである同次元状態オブザーバをトラッキング制御のモデルに適用する。同次元状態オブザーバの基本システムは

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + F(y(t) - Cz(t)) \quad (8)$$

( $z(t)$  は  $x(t)$  の推定値、 $F$  はフィードバックゲイン) である。ゆえに、 $(A - FC)$  が安定行列となるように  $F$  を選ぶことができれば、このシステムは同次元状態オブザーバとなる。さらに  $(A - FC)$  の固有値を希望する位置に配置することにより、推定誤差を自分の思い通りの速さで 0 に収束させることができる。

### 5.1 シミュレーション

レギュレータの極が  $[-0.83 \pm 1.16j, -0.91 \pm 0.41i, -189.99]$  なので、分離定理にもとづいて同次元状態オブザーバの極を  $[-5.0 \pm j, -10 \pm j]$  と指定する。シミュレーション結果を図 7, 8 に示す。

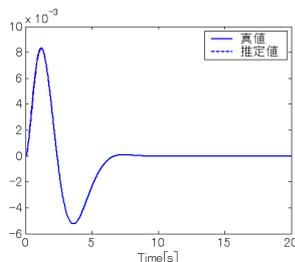


図 7: トロリーの速度の真値と推定値の比較

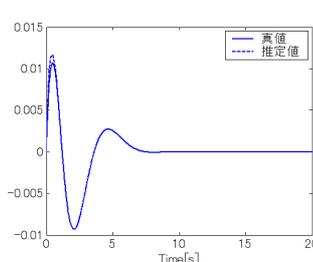


図 8: 振り子の角速度の真値と推定値の比較

## 5.2 考察

速度、角速度ともに推定値が真値に素早く収束しており、信憑性のある結果だと言える。

## 6 実験

トラッキング制御を用いたときの実験結果を図 9 に、オブザーバを適用したときの実験結果を図 10 に示す。

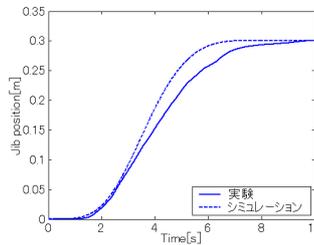


図 9: 実験とシミュレーションの比較

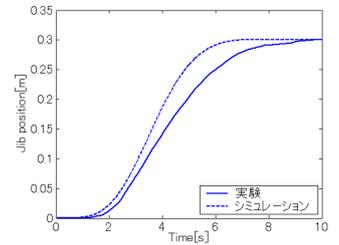


図 10: 実験とシミュレーションの比較(オブザーバ適用)

## 6.1 考察

図 9 の実験結果とシミュレーション結果を比較してみると多少のもたつきはあるものの安定した結果が得られた。もたつきの原因として、今回モデルを設計するにあたって摩擦を考慮しなかった事が原因であると考えられる。また、図 10 のオブザーバを適用した実験の場合でも図 9 とほぼ同じで安定した結果が得られた。

## 7 本研究で得られた成果

- ・クレーンのジブシステムのモデリングができた。
- ・トラッキング制御の制御系の設計ができ、トラッキング制御の追従性が実証できた。
- ・重みの変化による支配極の変動をグラフに表し、考慮することによってより良い重みの選択ができた。
- ・分離定理に基づいてオブザーバの極をレギュレータの極よりも左に配置することにより安定化でき、分離定理の有効性を実証できた。
- ・トラッキング制御にオブザーバを適用することにより、状態の推定値を求めることができた。
- ・クレーンにトラッキング制御と同次元オブザーバを適用し、実験を行うことができた。

## 参考文献

- [1] 野波健蔵, 西村秀和: MATLABによる制御系設計, 東京電気大学出版社(1998)。
- [2] 吉川恒夫, 井村順一: 現代制御理論, 昭晃堂,(1994)。
- [3] 東方希容子: オブザーバを用いた倒立振子の最適制御, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文, (2005)。
- [4] 鈴木宏和: 非線形PIDによるフレキシブルアームの制振制御, 南山大学大学院修士(数理情報学)論文, (2007)。