

# ピアノ教室のレッスンスケジュールの自動作成

2004MM081 竹元宏行

指導教員: 佐々木美裕

## 1 はじめに

時間割作成は、スケジューリング問題として分類され、ナース・スケジューリング問題[1]や、書店における勤務シフト作成の最適化[2]など様々な応用研究がされている。

あるピアノ教室では、現在、手でスケジュールを作成している。しかし、生徒の人数が多いため、ミスが多く、時間もかかっている。よって本研究では、生徒の希望度の合計を最大にすることを目的として数理モデルを作成して、最適解を求め、生徒の希望を満たす正確なスケジュールを短時間で作成することを目指す。

本研究ではまず、What'sBest!(LINDO Systems Inc.)を用いて解を求める。さらに、ピアノ教室で実際に使用することを考え、一般に普及しているMicrosoft Excel(Microsoft Corp.)のソルバーを用いて問題を解く手法を考える。

なお、利便性を考慮し、全ての作業をExcel上で行なうことを目的に、入力データをWhat'sBest!や、Excelソルバーで解くためのデータ形式へ変換することや、結果から実際のスケジュール表を作成をすること等をマクロで行う。

## 2 現状

このピアノ教室は現在、生徒数43人、レッスンは生徒1人につき週1回、レッスンは1対1で行う、1レッスンは30分、4時間連続でレッスンをした場合は30分の休憩を取る、開講時間14:00~21:30、土、日は休み、という条件で開講している。

なお、スケジュール表作成の際は、14:00~21:30を30分毎に15時限に分け、曜日と時限数をそれぞれ、縦軸、横軸として希望調査を行い、それを元に教師が手作業で時間割を作成している。

## 3 What'sBest!によるアプローチ

What'sBest!で解を求めるために、以下のように問題を定式化する。

### 3.1 記号の定義

定式化にあたり以下の記号を用いる。

$S$ : 生徒番号(1, ..., 43)の集合

$D$ : 曜日(月, ..., 金)の集合

$T$ : 時間枠の時限数(1, ..., 15)の集合

$M$ : 兄弟制約を希望している兄弟のうち

生徒番号の若い方の番号の集合

$P_{ijk}$ : 生徒*i*の*j*曜日の*k*時限目に対する満足度

### 3.2 変数の定義

変数は、0-1変数で、以下のように定める。

$X_{ijk}$ : 生徒*i*を*j*曜日の*k*時限目へ  $\begin{cases} \text{振り分ける時} & 1 \\ \text{そうでない時} & 0 \end{cases}$

### 3.3 目的関数

生徒の希望度を最大にすることを目的とする。

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in D} \sum_{k \in T} P_{ijk} X_{ijk} \rightarrow \max$$

### 3.4 制約条件

先ほど挙げた条件を、制約条件として定式化する。

(i) レッソンは1対1で行う。

$$\sum_{i \in S} X_{ijk} \leq 1 \quad (1) \\ (j \in D, k \in T)$$

(ii) レッソンは1人週1回。

$$\sum_{j \in D} \sum_{k \in T} X_{ijk} = 1 \quad (2) \\ (i \in S)$$

(iii) 4時間連続(8レッスン連続)でレッスンをした場合は30分の休憩を取る。休憩の制約。

$$\sum_{i \in S} \sum_{k=l}^{l+8} X_{ijk} \leq 8 \quad (3) \\ (j \in D, l = 1, \dots, 7)$$

(iv) 0-1変数制約。

$$X_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (4) \\ (i \in S, j \in D, k \in T)$$

(v) 兄弟制約。

この制約は、兄弟が共に習っており、同時に2人を2時間連続の計1時間のレッスンを行って欲しいという要求に対する特殊な制約条件である。

$$X_{mjk} = X_{m+1, j, k+1} \quad (5) \\ (m \in M, j \in D, k \in T)$$

ただし、兄弟は連番であり、 $m$ は、兄弟のうち生徒番号の若い方の番号である。ここで、例えば $M = \{1, 3\}$ ならば、(1,2)と(3,4)が兄弟であることを表す。

### 3.5 結果

この問題を、What'sBest!で解いた結果を表1に示す。

## 4 Microsoft Excelによるアプローチ

What'sBest!は一般に普及していないため、一般に普及の進んでいるMicrosoft Excelのソルバーを用いて最適解を求めることを考える。

しかし、Excelソルバーには、変数に200個と、制約条件の数に100個という限界があるため、これらの数を大幅に減らしたモデルが必要である。以下に新しいモデルを説明する。

表 1: 結果

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
月			大塚		白坂	服部b	森	服部a	沼田	伊藤	弘津a		橋口
火			徳田	今山	浅野	佐久間	佐久間	加藤a	近藤		塩田	嶋津	
水		松葉	内田	上原	永谷	弘津b	太田	加藤b	下川		加納		杉谷
木			大根田	鈴木	花井	花井	渡辺	渡辺	松井a				
金	野口	吉野	斉藤	松井b	小松	小松			宮川	吉田			

4.1 記号の定義

変数, 制約条件の数を削減するために, 新たに以下の記号を定義する.

- $H$ : 希望順位(1, 2, 3, 4)の集合...4は希望時間外を示す
- $C_{jk}$ :  $j$ 曜日の $k$ 時限目を希望している人の集合
- $P_{ih}$ : 生徒 $i$ の第 $h$ 希望に対する満足度

4.2 変数

変数を以下のように変更した.

$$X_{ih} : \text{生徒}i\text{を第}h\text{希望に} \begin{cases} \text{振り分ける時} & 1 \\ \text{そうでない時} & 0 \end{cases}$$

これにより, 生徒1人につき変数の数は4つになり, 大幅に減らすことができる.

4.3 目的関数

変数が変更されたことにより, 目的関数が次のように変更される.

$$\sum_{i \in S} \sum_{h \in H} H_{ih} X_{ih} \rightarrow \max$$

4.4 制約条件

制約条件は以下のように変更される. なお, Excel Solverでは, 変数制約は制約条件の数に含まれない.

(i) レッソンは1対1で行う.

$$\sum_{(i,h) \in C_{jk}} X_{ih} \leq 1 \quad (j \in D, k \in T) \quad (6)$$

(ii) レッソンは1人週1回.

$$\sum_{h \in H} X_{ih} = 1 \quad (i \in S) \quad (7)$$

(iii) 4時間連続(8レッスン連続)でレッスンをした場合は30分の休憩を取る. 休憩の制約.

$$\sum_{(i,h) \in C_j(k=l)}^{l+8} X_{ih} \leq 8 \quad (j \in D, l = 1, \dots, 7) \quad (8)$$

(iv) 0-1 変数制約.

$$X_{ih} \in \{0, 1\} \quad (i \in S, h \in H) \quad (9)$$

(v) 兄弟制約.

$$X_{mh} = X_{m+1,h} \quad (m \in M, h \in H) \quad (10)$$

ただし, 兄弟は連番で, 希望している時間も連続である.  $m$ は番号の若い方の番号である.

4.5 結果

このような変更をしても, 今回の問題は大きすぎるためExcel Solverで解くことができない.

そこでまず, 重要度の低い(iii)休憩の制約を省いた. さらに, 生徒数や, 一日に行なうレッスン数, 兄弟制約の数を減らすことで, 問題を縮小して解を求めた.

Excel Solverで解ける問題のサイズの限界を表2に示す.

表 2: Excel Solverで解ける問題の限界

一日のレッスン生徒数兄弟制約			一日のレッスン生徒数兄弟制約		
時限数	生徒数	兄弟制約	時限数	生徒数	兄弟制約
15	25	0	14	30	0
15	21	1	13	35	0
15	17	2	12	40	0
15	13	3	11	45	0
15	9	4	11	29	4

ここで, 一日のレッスン数を11回, 生徒数を29人, 兄弟制約の数を4個とした場合のスケジュール表を表3に示す.

表 3: レッソン数11回, 生徒数29人, 兄弟制約の数4個

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
月			上原	服部a	服部b	白坂	渡辺	渡辺		
火			嶋津	徳田	松葉	佐久間	佐久間	浅野	加藤a	
水	加納	大塚	杉谷			加藤b	森	下川		
木			大根田	鈴木	花井	花井	松井			
金			吉野	斉藤	野口	小松	小松			

5 おわりに

本研究の方法を用いれば, 今まで丸一日掛かっていた作業を, ほとんど, データ入力の時間のみで終わらせることができ, 当初の目的は果たせたといえる.

しかし, What'sBest!は一般に普及しておらず, Excel Solverでは, 少人数, 小規模の問題しか解けないという問題がある. よって, 問題の規模がExcel Solverの限界を超えたとき, いかにして問題を縮小するかが今後の課題である.

参考文献

- 池上敦子, 丹羽明, 大倉元宏: 我が国におけるナース・スケジュールリング問題. オペレーションズ・リサーチ, Vol. 41, pp. 436-442 (1996).
- 鈴木信孝: ある書店における1ヶ月間勤務シフト作成の最適化について. 2006年度卒業論文要旨集 南山大学数理情報学部数理科学科, pp. 186-187 (2007).