

非線形特性をもつ磁気浮上装置のロバスト安定化

2004MM078 高橋 翔太郎

指導教員: 高見 勲

1 はじめに

実際の制御系には設計の際、動作中に環境の変動、制御対象自身の変動、数式モデルの誤差など、不確定要素が多く存在する。このような要素を考慮せず、制御系を設計をすると系が不安定になる、または制御性能が大きく劣化してしまう。不確定要素を前持って考慮することで、制御対象の特性がある程度変化しても、安定に動作することを保証する制御をロバスト制御という。本研究では、磁気浮上装置に H_∞ 制御を適用し、目標値(高さ)に追従させ、さらに即応性を高めることを目指す。実験により理論の有効性を示す。

2 制御対象とモデリング

2.1 制御対象

磁気浮上装置を制御対象とする。これは円盤磁石の上部にある電磁石に電圧をかけることで磁力を発生させ、引き合う力によって円盤磁石を保持させることができる。このシステムは不安定であるが、制御により安定化させる。

2.2 モデリング

磁気浮上装置の円盤磁石に働く力は、駆動コイルの磁力、円盤磁石の重力、ガラスロッドの摩擦力である。

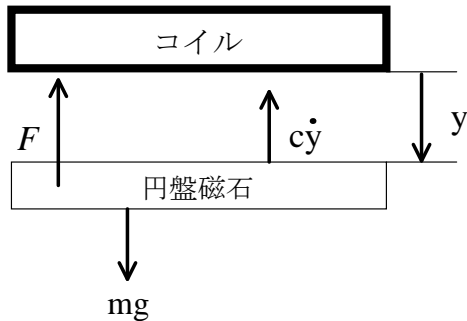


図 1: 磁気浮上装置の磁石に作用する力

図1は磁気浮上装置の磁石に作用する力を示してある。運動方程式は

$$m\ddot{y} = -F - c\dot{y} + mg \quad (1)$$

g ; 重力加速度[m/s²] m ; 磁石の質量[kg]

y ; コイルから磁石までの距離[m]

F ; コイルが磁石に及ぼす力[N]

$c(= m\beta)$; 磁石とロッド間の動摩擦係数[kg/s]と表わされる、また F は

$$F = \frac{u}{a(y+b)^4} \quad (2)$$

u ; コイル電圧[V], a, b ; 定数[V/Nm²], [m]である[1][2]。

2.3 線形化,及び伝達関数の導出

(1), (2)より、テーラー級数展開を用いて線形化し、0.02[m]の高さで保持させたときの伝達関数を $G_{20}(s)$ とすると下式が得られる。

$$G_{20}(s) = \frac{-6.481}{s^2 + 4.609s - 431.6} \quad (3)$$

3 H_∞ 制御

3.1 混合感度問題

制御系を設計する際、要求される重要項目は目標値追従特性と特性がある程度変化しても安定であるロバスト性の2項目である。本研究で扱う磁気浮上装置は F が距離の4乗に反比例するため、平衡点が変わると特性変動が大きくなる。この2項目を満足させるため、 H_∞ 制御の混合感度問題として定式化する。乗法的誤差に関して混合感度問題を考える。このとき感度関数 $S = \frac{1}{1+PK}$, 相補感度関数 $T = \frac{PK}{1+PK}$ である。混合感度問題を考える要項として、周波数重み伝達関数 W_s, W_t の決定が挙げられる。周波数重み伝達関数 W_s, W_t を決定し、以下の式を満足するコントローラ $K(s)$ を求める。

$$\left\| \begin{bmatrix} W_s S \\ W_t T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (4)$$

3.2 W_s, W_t の決定

重み関数はコントローラ $K(s)$ のパフォーマンスを決定する大切な設計要素である。感度関数と相補感度関数に対して重みつきの最適化が必要である。感度関数に関しては、高周波域でのノイズの影響を避けるため、高周波でのゲインを下げる必要がある。相補感度関数に関しては0.02[m]の高さで保持させたとき $G_{20}(s)$ をノミナルプラントとし、ノミナルプラントと平衡点を0.025[m]の高さで保持させたとき $G_{25}(s)$ の誤差をカバーするように決定する。(4)の関係を満足するように重み関数 W_s, W_t を決定し、コントローラ $K(s)$ を設計する。 $W_s = 0.28, W_t = \frac{0.32(0.0105s+1)}{0.015s+1}$ に決定した。

4 シミュレーション, 実験結果, 考察

4.1.1 シミュレーション, 実験結果1

3章で決定した重み関数 W_s, W_t から設計したコントローラ $K(s)$ を用い、シミュレーションを行い、更に実験を行った結果を図2に示す。 $G_{20}(s)$ をノミナルプラントとして設計したコントローラ $K(s)$ を $G_{25}(s)$ のときにも使い、平衡点0.02[m], 平衡点0.025[m]の安定化を図る。また図中には、平衡点0.02[m]で安定させ、そのときにインパルス入力を印加したときの応答, 平衡点0.025[m]で安定させ、そのときにインパルス入力を印加したときの応答を示してある。

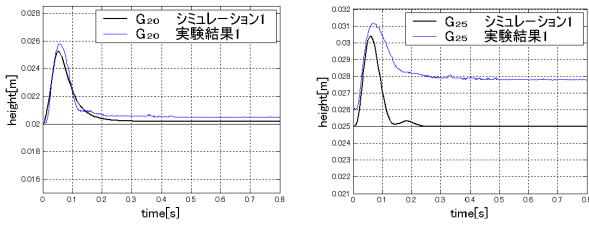


図 2: 左図: 平衡点0.02[m], 右図: 平衡点0.025[m]

4.1.2 考察1

左図についてはほぼシミュレーション通りである．収束時間は早いがおffsetが見られる．右図についてはシミュレーション結果におffsetが見られなかったが実験結果から0.003[m]のoffsetが見られる．原因として低周波領域における W_s のゲインが小さく，目標値追従特性が低いことが考えられる．offsetを改善する為に重み関数 W_s を見直し，目標値追従特性の向上を図る．

4.2.1 シミュレーション，実験結果2

$W_s = \frac{0.01s+1}{0.5s+0.1}$, $W_t = \frac{0.32(0.0105s+1)}{0.015s+1}$ に決定した．図3は周波数特性，図4は外乱応答である．

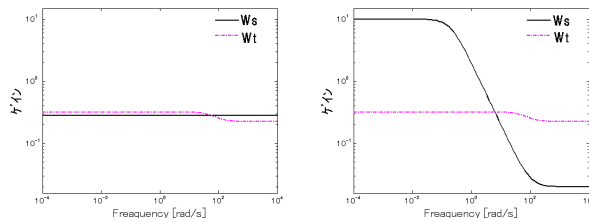


図 3: W_s, W_t の周波数特性の変更前(左図)と変更後(右図)

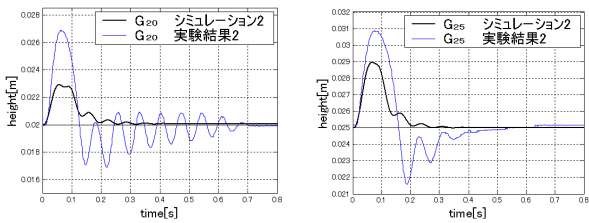


図 4: 考察1を考慮した W_s, W_t を適用したときの外乱応答
左図: 平衡点0.02[m], 右図: 平衡点0.025[m]

4.2.2 考察2

共に外乱を印加させたときの応答がシミュレーション結果よりも大きく表れている．さらに振動しながら収束しているため減衰性が低いことが分かった．これは低周波領域での W_s のゲインが大きいためではないかと考えられる．4.1.1と比較すると，図2に見られたoffsetは無くなっており，低周波領域で W_s のゲインを大きくした効果が表れている．良い点を維持し，振動を抑制させるため，重み関数 W_s を更に見直す．

4.3.1 シミュレーション，実験結果3

$W_s = \frac{0.1s+10}{0.5s+1}$, $W_t = \frac{0.32(0.0105s+1)}{0.015s+1}$ に決定した．図5は周波数特性，図6は外乱応答である．

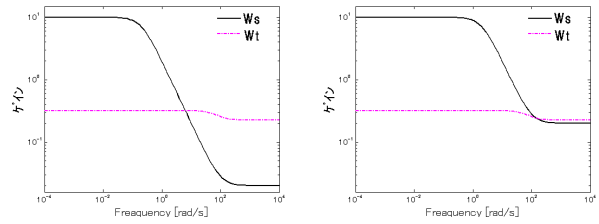


図 5: W_s, W_t の周波数特性の変更前(左図)と変更後(右図)

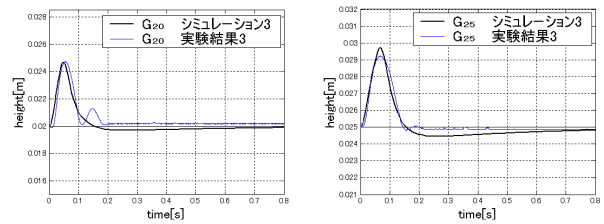


図 6: 考察2を考慮した W_s, W_t を適用したときの外乱応答
左図: 平衡点0.02[m], 右図: 平衡点0.025[m]

4.3.2 考察3

シミュレーションと実験結果の比較から共にほぼ一致している．右図にわずかなアンダーシュートが見られるが，4.2.1と比較すると，図4に見られた振動は抑えられており減衰性が向上したことがわかる． W_s をハイゲインにせず，適切なゲインの大きさを選択できたことが分かった．

5 おわりに

5.1 成果

本研究で得られた成果を以下に示す．

- (1) H_∞ 制御理論を用いて制御系設計を行うことが可能になった．
- (2) ロバスト安定，目標値追従の2項目を満足させるために混合感度問題を扱った．その際，重み関数の重要性，また W_s, W_t の十分条件に注意しながら重み関数を決定することができた．
- (3) 0.02[m]の位置で保持させるコントローラ $K(s)$ を用い，0.025[m]の位置で保持させることに成功した．理論の有効性を示すことができた．

参考文献

- [1] 豊田洋輔: ロバスト制御設計に基づく磁気浮上システムの安定化, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2006) .
- [2] 大迫佑磨: H_∞ 制御による磁気浮上システムの安定化, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文 (2006).