航空機の座席管理について

2004MM077 田島和行
指導教員: 澤木勝茂

1 はじめに

航空産業の規制緩和以降, 運賃の自由化や需要調整規制の完全撤廃など, 航空業界は本格的な自由競争の時代を迎えた. 2001年9月のアメリカでの同時多発テロ以降の数年間は, 一時的に航空需要が減退したものの2004年以降は世界景気にも支えられて再び拡大している. しかし日本においての航空輸送産業は低利益率の産業と言われている. 各航空会社にとっていかに損失を受けずに利益を最大化させるかは, 解決しなければならない非常に重要な問題である. 本論文では, 普通客の1クラスからなる場合と, 普通客, 割引客の2クラスからなる場合を定式化し, 期待収益が最大になるように分析をおこなう.

2 1クラスにおける航空機座席管理モデル

2.1 モデルの説明

本章では客のキャンセルに対抗するためのオーバーブッキングにおける普通客の1クラスからなる, 飛行機一機当たりの総座席割り当て数による期待収益を最大にするような予約対策を考察する.

2.2 1クラスの記号と仮説

- L:普通クラスの総座席割り当て数
- P_1:航空券の一人分の料金
- B:予約受け入れ限度数
- 予約した客がキャンセルすることを見越して, 総座席よりも多く予約を受け入れなければならない. つまり$B \geq L$となる必要がある
- α :予約した客は独立に同一の確率α でもってその予約を確認するものとする.
- 一度予約確認を入れた予約客は, その予約を取り消さないものとする.
- π_1:飛行機の離陸時においてオーバーブッキングが発生したならば, 一人あたりπ_1の罰金を支払わなければならないとする.
- キャンセルした客 ($B-N(B)$人) は, 料金に対して $0<m<1$の割合でペナルティーを支払わなければならないものとする (航空会社にとって$mP_1(B-N(B))$の収益)
- B席の座席が予約されたならば, $N(B) \equiv \sum_{i=1}^{B}\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}$ は確認を入れた客の数を表す確率変数であり, 明らかに$N(B)$は二項分布にしたがう.

2.3 予約から離陸までの流れ

1. 予約を最大B人まで受け付ける.
2. 予約の確認または, キャンセルがある. (実際の乗客数が$N(B)$人となる.)
3. 予約確認の数に応じて2通りの収益が発生する.
   (a) $N(B) > L$ならばオーバーブッキングによるペナルティーが発生する. 期待収益は$P_1N(B) + mP_1(B-N(B)) - (P_1+\pi_1)(N(B)-L)^+$.
   (b) $N(B) \leq L$ならばいずれのペナルティーも発生しない. 期待収益は$P_1N(B)+mP_1(B-N(B))$.
4. 離陸.

2.4 モデル1の定式化

L個の座席数が利用可能であってB人の予約を受け入れたときの収益を$R(L,B)$とすれば, $R(L,B)$は

$$\begin{aligned} R(L,B) = P_1N(B) &\\ +mP_1(B-N(B))&\\ -(P_1+\pi_1)(N(B)-L)^+ & \end{aligned} \tag{1}$$

となる. $N(B)$は二項分布に従うので

$$EN(B) = \sum_{i=0}^{B} i\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i} = B\alpha \tag{2}$$

となる. よってこのときの期待収益 $ER(L,B)$は

$$\begin{aligned} &= P_1B\alpha + mP_1(B-B\alpha)\\ &-(P_1+\pi_1)\sum_{i=L+1}^{B}(i-L)\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i} \end{aligned} \tag{3}$$

となり, 期待収益$ER(L,B)$を最大にする最適な予約受け入れ限度数B^*を求める.

$$\begin{aligned} &ER(L,B+1)-ER(L,B)\\ &= P_1\alpha + mP_1(1-\alpha)\\ &\quad -(P_1+\pi_1)\\ &\quad \times \sum_{i=L+1}^{B+1}(i-L)\binom{B+1}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B+1-i}\\ &\quad +(P_1+\pi_1)\\ &\quad \times \sum_{i=L+1}^{B}(i-L)\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}\\ &\leq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

となる. このとき期待収益$ER(L,B)$は最大となり, それを解析する.

3 2クラスにおける航空機座席管理モデル

3.1 2クラスにおけるモデルの説明

本章では普通客と割引客の2クラスからなる，飛行機一機当たりの総座席割り当て数による期待収益を最大にするような予約対策を考察する．

3.2 2クラスの記号と仮説

- C:普通客と割引客の総座席割り当て数
- P_1:普通客の航空券の一人分の料金
- P_2:割引客の航空券の一人分の料金
- F:普通客の予約受け入れ限度数
- B:割引客の予約受け入れ限度数
- オーバーブッキングする場合は$F+B \geq C$とする
- α :予約した普通客は独立に同一の確率α でもってその予約を確認するものとする．
- β:予約した割引客は独立に同一の確率β でもってその予約を確認するものとする．
- 一度予約確認を入れた予約客は，その予約を取り消さないものとする．
- π_1:飛行機の離陸時においてオーバーブッキングが発生したならば，一人あたりπ_1の罰金を支払わなければならないとする．割引客においては，普通客の料金＋π_1を支払う．
- キャンセルした客は，料金に対して$0<m<1$の割合でペナルティーを支払わなければならないものとする
- 確率変数はモデル1と同じ二項分布を用いる

3.3 2クラスの定式化

C個の座席が利用可能であり$(F+B)$人の予約を受け入れたときの収益を$R(F,B)$とすれば，$R(F,B)$は

$$\begin{aligned}R(F,B) = {} & P_2N_2(B)+P_1N_1(F)\\ & +mP_2(B-N_2(B))+mP_1(F-N_1(F))\\ & -(P_1+\pi_1)(N_2(B)+N_1(F)-C)^+ \end{aligned} \quad (5)$$

となる．$N_2(B),N_1(F)$は二項分布に従うので

$$EN_2(B)=\sum_{i=0}^{B} i\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}=B\alpha$$

$$EN_1(F)=\sum_{n=0}^{F} n\binom{F}{n}\beta^n(1-\beta)^{B-n}=F\beta$$

となる.このときの期待収益$ER(F,B)$は

$$\begin{aligned}& ER(F,B)\\ & = P_2B\alpha+P_1F\beta\\ & \quad +mP_2(B-B\alpha)+mP_1(F-F\beta)\\ & -(P_1+\pi_1)(\sum_{k=C+1}^{B+F}(k-C)\\ & \times\sum_{i=1}^{k}\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}\binom{F}{k-i}\beta^{k-i}(1-\beta)^{F-k+i})\end{aligned} \quad (6)$$

となり，期待収益$ER(F,B)$を最大にする最適な予約受け入れ数B^*を求める．

$$\begin{aligned}& ER(F,B+1)-ER(F,B)\\ & = P_2\alpha+mP_2(1-\alpha)\\ & +(P_1+\pi_1)(\sum_{k=C+1}^{B+F}(k-C)\\ & \times\sum_{i=1}^{k}\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}\binom{F}{k-i}\beta^{k-i}(1-\beta)^{F-k+i})\\ & -(P_1+\pi_1)(\sum_{k=C+1}^{B+1+F}(k-C)\\ & \times\sum_{i=1}^{k}\binom{B+1}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B+1-i}\binom{F}{k-i}\beta^{k-i}(1-\beta)^{F-k+i})\\ & \leq 0\end{aligned} \quad (7)$$

よって最適な予約受け入れ数B^*が求められる．次に期待収益$ER(F,B)$を最大にする最適な予約受け入れ数F^*を求める．

$$\begin{aligned}& ER(F+1,B)-ER(F,B)\\ & = P_1\beta+mP_1(1-\beta)\\ & +(P_1+\pi_1)(\sum_{k=C+1}^{B+F}(k-C)\\ & \times\sum_{i=1}^{k}\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}\binom{F}{k-i}\beta^{k-i}(1-\beta)^{F-k+i})\\ & -(P_1+\pi_1)(\sum_{k=C+1}^{B+F+1}(k-C)\\ & \times\sum_{i=1}^{k}\binom{B}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{B-i}\binom{F+1}{k-i}\beta^{k-i}(1-\beta)^{F+1-k+i})\\ & \leq 0\end{aligned} \quad (8)$$

よって，(7)式と(8)式より期待収益$ER(F,B)$が最大となる最適な予約受け入れ数B^*,F^*を解析する．

4 おわりに

2クラスの期待収益では最大となる受け入れ限度数が2つあるので,まず普通客の期待収益が最大となるような予約受け入れ限度数を求め, 次に割引客の期待収益が最大となるような予約受け入れ限度数を求めた．そして普通客と割引客の予約受け入れ数と期待収益の関係は割引客の乗客率に対して普通客の割合が多ければ多いほど期待収益が高くなることが分かった．

参考文献

[1] 小和田 正，澤木 勝茂，加藤 豊:「OR入門」，実教出版，(1984)

[2] 尾崎俊治 :「確率モデル入門」, 朝倉書店，(1996)

[3] 後藤 真司:「飛行機の座席管理について」，南山大学数理情報学部情報通信学科卒業論文（2000）