ホテルの客室在庫管理

2004MM058 小川 知之
指導教員: 澤木 勝茂

1 はじめに

今日の日本のホテルは,航空会社の在庫管理モデルを応用し,「稼働率」重視の経営から,「収益」重視の経営に移ってきている．したがって本研究では,「割引料金と普通料金の２クラスからなる客室管理モデル」と,現実では顧客は予約をキャンセルする可能性もあるので,「キャンセル客にペナルティーを課した場合」の２ケースについて考え,割引クラスの最適受け入れ限度数を求める．そして,ホテルならではの客室管理モデルについて考えていく.

2 ２クラスの客室在庫管理モデル

一泊あたりにおけるホテル１館分の期待収益$ER(L)$が最大になるような割引料金クラスの客室数Lを求める.

仮定の説明

1. 一度予約確認($check\quad in$)した客はキャンセルしないものとする.
2. 客室は２クラス(普通料金P_1と割引料金P_2)からなるものとする.
3. 各クラスの需要は互いに独立である.
4. 割引クラスの需要(X_2)は通常クラスの需要(X_1)より早く発生する.

2.1 モデルの定式化

割引クラスの客室受け入れ限度数Lと各料金クラスの需要数に対した,客に配分された客室数の関係は以下の場合がある.

1. 割引クラスの需要がL以下で,普通クラスの需要も残りの客室数以下の場合
   $ER(L) = EP_2(X_2) + EP_1(X_1)$
2. 割引クラスの需要がL以下で,普通クラスの需要が余った客室数よりも大きい場合
   $ER(L) = EP_2(X_2) + EP_1(C - X_2)$
3. 割引クラスの需要がLより大きく,普通クラスの需要は与えられた客室数以下の場合
   $ER(L) = EP_2(L) + EP_1(X_1)$
4. 割引クラスの需要がLより大きく,普通クラスの需要も与えられた客室数よりも大きい場合
   $ER(L) = EP_2(X_2) + EP_1(C - X_2)$

この４つのパターンを１つにまとめた,ホテル１館分の期待収益$ER(L)$は

$$\begin{aligned} &ER(L) \\ &= P_2E[X_2 \wedge L] + P_1E[X_1 \wedge (C - (X_2 \wedge L))] \end{aligned} \quad (1)$$

となり,最終的に式を書き換え整理すると

$$\begin{aligned} ER(L) = P_2 \int_0^L &\{x_2 dF_2(x_2) + L\bar{F_2}(L)\} \\ &+ P_1 \int_0^L \{\int_0^{C-x_2} x_1 dF_1(x_1) \\ &+ (C - x_2)\bar{F_1}(C - x_2)\} dF_2(x_2) \\ &+ P_1 \bar{F_2}(L) \{\int_0^{C-L} x_1 dF_1(x_1) \\ &+ (C - L)\bar{F_1}(C - L)\} \end{aligned} \quad (2)$$

となる.ただし,$\bar{F_i} = 1 - F_i$とする．上式をLに関して両辺を微分してまとめると

$$\frac{dER(L)}{dL} = P_2\bar{F_2}(L) - P_1\bar{F_2}(L)\bar{F_1}(C - L) \quad (3)$$

となり,さらにもう一度Lに関して両辺を微分すると

$$\frac{d^2ER(L)}{dL^2} = -(P_2 f_2(L) + P_1\bar{F_2}(L) f_1(C - L)) \quad (4)$$

となる.(4)式より$ER(L)$はLに関して凹関数になる.したがって期待収益が最大となるための最適受け入れ限度数は, $\frac{dER(L)}{dL} = 0$を満たしたときのL^*であることがわかる.

2.2 指数分布を導入した場合

２つの料金クラスにおける顧客の分布関数を

$$\begin{aligned} F_1(x_1) &= 1 - e^{-\lambda_1 x_1} \\ F_2(x_2) &= 1 - e^{-\lambda_2 x_2} \end{aligned} \quad (5)$$

に従うものとして計算を行う.
λ : パラメータ
F_i : 確率変数X_iに関する分布関数
(5)式を(2)式に代入し整理すると

$$\begin{aligned} ER(L) = P_2 &\frac{1}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 L}) \\ &+ P_1 \frac{1}{\lambda_1}\{\frac{e^{-\lambda_1 C}}{\lambda_1 - \lambda_2}(\lambda_2 - \lambda_1 e^{(\lambda_1 - \lambda_2)L}) + 1\} \end{aligned} \quad (6)$$

となる.次に期待収益が最大となるための最適なL^*を求める式は,(5)式を(3)式に代入したもので.それを整理すると,

$$\frac{dER}{dL} = P_2 e^{-\lambda_2 L} - P_1 e^{-\lambda_2 L} e^{-\lambda_1 (C-L)} = 0 \quad (7)$$

となり,最適なL^*は

$$L = C - \frac{1}{\lambda_1} \log \frac{P_1}{P_2} \quad (8)$$

このように表すことができる.また,(7)式を微分すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2ER}{d^2L} &= -\lambda_2 P_2 e^{-\lambda_2 L} - (\lambda_1 - \lambda_2) e^{-\lambda_2 L} e^{-\lambda_1 (C-L)} \\ &< 0 \end{aligned} \quad (9)$$

となり凹関数であることがわかる.

2.3 キャンセル客にペナルティーを課した場合

定式化

キャンセル客に課すペナルティーの収益は

キャンセル率×人数 × 値段 × ペナルティーの割合

と考えることができる.キャンセル客は客室料金の$\beta_i(i = 1,2)$の割合でペナルティーを支払う.

記号は

β_2 : 普通料金ゾーン

β_1 : 割引料金ゾーン$\beta_1(\beta_1 : \beta_2 = 7 : 5)$

α : 予約確認率とする.このときの期待収益$ER(L)$は

$$\begin{aligned} &ER(L) \\ &= (\alpha + \beta_1 - \alpha\beta_1)P_2 E[X_2 \wedge L] \\ &+ (\alpha + \beta_2 - \alpha\beta_2)P_1 E[X_1 \wedge (C - (X_2 \wedge L))] \end{aligned} \quad (10)$$

となる.ここで,

$$\begin{aligned} P_1' &= (\alpha + \beta_2 - \alpha\beta_2)P_1 \\ P_2' &= (\alpha + \beta_1 - \alpha\beta_1)P_2 \end{aligned}$$

と置いた場合,受け入れ限度数Lを求める式は

$$L = C - \frac{1}{\lambda_1}\log\frac{P_1'}{P_2'} \quad (11)$$

と表せることができる.

3 客室が禁煙室,喫煙室に区別されている場合

普通料金と割引料金の２クラスの客室に,さらに禁煙室と喫煙室を区別した場合における,一泊あたりの,ホテル１館分の期待収益$ER(L)$が最大になるようなそれぞれの割引料金クラスの受け入れ限度数L_1, L_2を求める.

3.1 記号の説明

- 総客室数に対する禁煙室の割合をα とする.
- X^1,X^2:禁煙室,喫煙室に対するそれぞれの需要数
- X_1,X_2:各料金クラスに対するそれぞれの需要数
- $L_i(i = 1,2)$:割引料金クラスに配分される禁煙,喫煙室の受け入れ限度数

第2章と同様に,それぞれ複数あるの需要数のパターンを1つにまとめた時の$ER(L_i)$は

$$\begin{aligned} &ER(L_1, L_2) \\ &= P_2 E[X_2^1 \wedge L_1] + P_1 E[X_1^1 \wedge (\alpha C - (X_2^1 \wedge L_1))] \\ &+ P_2 E[X_2^2 \wedge L_2] \\ &+ P_1 E[X_1^2 \wedge ((1-\alpha)C - (X_2^2 \wedge L_2))] \end{aligned} \quad (12)$$

となる.$\bar{F}_i = 1 - F_i$とし,$L_i(i = 1,2)$に関してそれぞれ両辺を微分してまとめると

$$\begin{aligned} \frac{\partial ER(L_1)}{\partial L_1} &= P_2\bar{F}_2(L_1) - P_1\bar{F}_2(L_1)\bar{F}_1(\alpha C - L_1) \\ \frac{\partial ER(L_2)}{\partial L_2} &= P_2\bar{F}_2(L_2) \\ &\quad - P_1\bar{F}_2(L_2)\bar{F}_1((1-\alpha)C - L_2) \end{aligned} \quad (13)$$

となり,さらにもう一度$L_i(i = 1,2)$に関して両辺を微分すると負になるので$\frac{\partial^2 ER(L_i)}{\partial L_i^2} < 0$となるので,$ER(L_i)$は$L_i$に関して凹関数になることがわかる.

3.2 指数分布を導入した場合

分布関数の定義は下記に従うものとする.

$$\begin{aligned} F_1(x_1^1) &= 1 - e^{-\lambda_1 x_1^1} \qquad F_1(x_1^2) = 1 - e^{-\lambda_1' x_1^2} \\ F_2(x_2^1) &= 1 - e^{-\lambda_2 x_2^1} \qquad F_2(x_2^2) = 1 - e^{-\lambda_2' x_2^2} \end{aligned} \quad (14)$$

$ER(L_i)$は,(14)式を(12)式に代入し最終的に整理すると,

$$\begin{aligned} ER(L_1, L_2) &= P_2\frac{1}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 L_1}) \\ &+ P_1\frac{1}{\lambda_1}\{\frac{e^{-\lambda_1\alpha C}}{\lambda_1 - \lambda_2}(\lambda_2 - \lambda_1 e^{(\lambda_1-\lambda_2)L_1}) + 1\} \\ &+ P_2\frac{1}{\lambda_2'}(1 - e^{-\lambda_2' L_2}) \\ &+ P_1\frac{1}{\lambda_1'}\{\frac{e^{-\lambda_1'(1-\alpha)C}}{\lambda_1' - \lambda_2'}(\lambda_2' - \lambda_1' e^{(\lambda_1'-\lambda_2')L_2}) + 1\} \end{aligned} \quad (15)$$

このように表せる.次にこの$ER(L_i)$が最大となるときのL_iの値は,(15)式を微分し,

$$\begin{aligned} \frac{\partial ER(L_1)}{\partial L_1} &= P_2 e^{-\lambda_2 L_1} - P_1 e^{-\lambda_2 L_1} e^{-\lambda_1(\alpha C - L_1)} \\ &= 0 \\ \frac{\partial ER(L_2)}{\partial L_2} &= P_2 e^{-\lambda_2' L_2} - P_1 e^{-\lambda_2' L_2} e^{-\lambda_1'((1-\alpha)C - L_2)} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

を満たすL_iである.また(16)式をもう一度微分すると,$\dfrac{\partial^2 ER(L_i)}{\partial L_i^2} < 0$となるので,$ER(L_i)$は$L_i$に関して凹関数になるといえる.また,ヤコビアンより

$ER(L_1, L_2) = f$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 \partial L_2} - \frac{\partial f}{\partial L_1 \partial L_1} \cdot \frac{\partial f}{\partial L_2 \partial L_2} < 0 \quad (17)$$

がいえるので,期待収益が最大となる,それぞれの最適な受け入れ限度数L_1^*, L_2^*の組み合わせが１つだけあるとわかる.

4 おわりに

最後のモデルでは,割引料金の禁煙室の受け入れ限度数を越した場合,喫煙室が余っていればそれを禁煙室分の客室に増やすという,客室の調整が含まれていない.したがって,より現実的な客室在庫管理モデルに近づけるためにも,今後の課題として考える必要がある.

参考文献

[1] ホテル経営学.com
http://www.hotel-keieigaku.com/index.php.

[2] 森 有希,小林 那鼓,山下 晃, 航空機の座席管理について, 南山大学卒業論文(2003).

[3] 福永 豪, 映画館における座席管理, 南山大学卒業論文(2003).