最適レギュレータによるペンダボットの安定化制御
—ロバスト安定性の検証—

2004MM047 松岡　誠也
指導教員: 高見　勲

1　はじめに

現在，産業界をはじめあらゆる分野で制御技術の高精度化が要求されている．しかし，実際の制御問題では制御モデルは完全に表現できない事象のため精確に制御できない場合が多い．そのため，ロバスト性を確保することが重要な課題となっている．しかし，現在世の中の現場のほとんどは古典制御理論や現代制御理論等の扱いやすい従来法が使われている．よって，実際実装されている従来法のロバスト性を確認することは重要なことである．そこで，本研究では現代制御理論の代表的な設計手法である最適レギュレータのロバスト性をロボット工学の分野において有名なPendubot(ペンダボット)を用いて確認する．また，目標値への追従性を上げるため，偏差の積分器項を追加した5次元拡大系を考え，4次元システム系との制御性能の相違について比較し，考察する．

2　モデリングと線形化

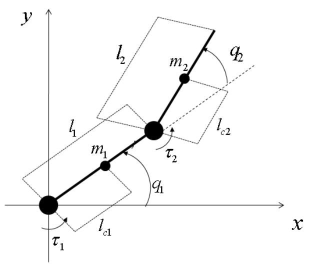

図 1: Pendubot モデル

ペンダボットのモデルを図 1に示す．ラグランジュの運動方程式より物理モデルを求め，平衡点$q_1 = \frac{\pi}{2}$，$q_2 = 0$(以下トップポジション)で線形化を施すと，次のような状態方程式が得られる．(ただし，x_{r1}，x_{r3}は平衡点を表す．)

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad (1)$$
$$y = Cx \quad \text{ただし}, x = [q_1 - x_{r1}, \dot{q}_1, q_2 - x_{r3}, \dot{q}_2]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 128.001 & 0 & -29.423 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -132.414 & 0 & 100.217 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 16.401 \\ 0 \\ -24.243 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3　最適レギュレータによる安定化制御

ペンダボットのシステム(1)式（以下4次元システム）と4次元システムに偏差の積分器を追加した拡大システム（以下5次元システム）の制御則を最適レギュレータを用いて設計し，トップポジションでの安定化シミュレーション及び実験を行った．図2にその結果を示す．ここでは２つのシステムの制御性能の違いを明確にするため，座標変動を抑制する4つの状態フィードバックゲインをほぼ同一の値となるように，また，積分器のゲインを最も小さい値となるよう最適レギュレータの重みを調整している．

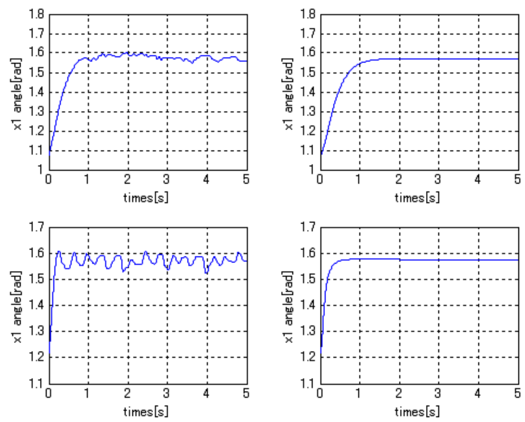

図 2: 安定化実験(左)とシミュレーション(右)．(上段：4次元システム系　下段：5次元システム系)

実験結果を比較してみると，5次元システム系の方にトップポジション付近でふらついている現象が見られる．これはリミットサイクルと呼ばれる現象であり，この周期と振幅で安定な振動が持続する．リミットサイクルが生じると現場ではハードの摩擦や騒音が起こり，故障の原因となるため，できるだけこれを小さくすべきである．この原因は積分器を導入したことにある．これを示すため，4次元システム系と5次元システム系のシミュレーションモデルに同等の遮断帯域の幅を持つバックラッシュを組み込み，リミットサイクルを作為的に起こしてみた．図3,4はその時のシミュレーション結果である．

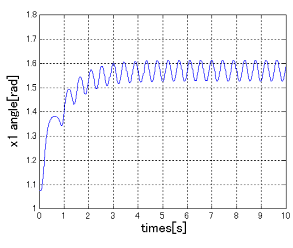

図 3: 4次元システム系

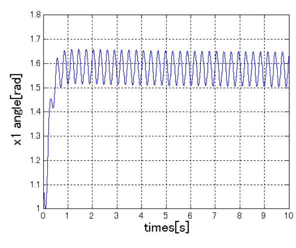

図 4: 5次元システム系

２つの図を比較すると，やはり5次元システム系の方が

リミットサイクルが大きくなっていることが確認できる．

4　ロバスト安定性

4.1　特性変動に対するロバスト安定性

本来，制御理論でいう根軌跡はノミナル(変動しない)な制御対象に対して，フィードバックゲインを変化させたときの閉ループ系の極の軌跡を描いたものである．ここでは，逆の発想で，求めた状態フィードバックゲインを固定し，制御対象が変動したときの閉ループ系の極の軌跡について調べる．以下にその手順を示す．

1. 線形化により，基準となるモデルA_n，B_nを求める（トップポジション）．
2. そのモデルに対して最適レギュレータ法により，状態フィードバックゲインK_nを求める．
3. そのゲインK_nを固定し，考えられうるすべての制御対象の変動に対して，閉ループ系$A_r - B_r K_n$の極を求める．(A_r,B_r：平衡点rに対するA,B行列)
4. 最後に求めた極を複素平面上にプロットする．

この作業により，実際に変動後の閉ループ系の極が計算できるため，その状態フィードバックがどの程度目標値変動に対して耐性があるかどうかを知ることができる．以下の図5,6は３章で設計した２つの制御系に対して，状態フィードバックゲインを固定し，特性変動に対して極をプロットしたものである．(×：トップポジションの極)

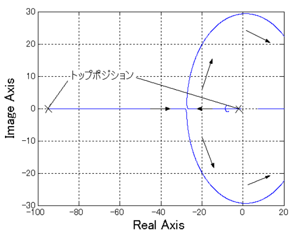

図 5: 4次元システム系

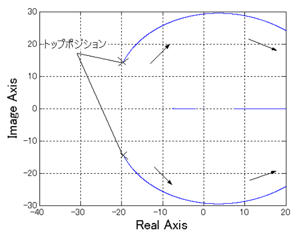

図 6: 5次元システム系

結果，4次元システム系では約±0.889[rad]まで，5次元システム系では約±0.575[rad]まで閉ループ系の極を左半平面に指定可能であることが分かった．

4.1.1　実験結果

以下の図7,8は実際にトップポジションから平衡点をずらしていき，どの程度目標値変動に耐えられるかを確認したものである．

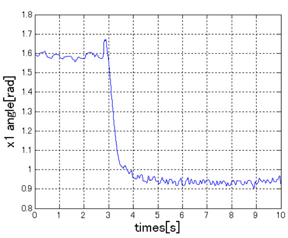

図 7: 4次元システム系

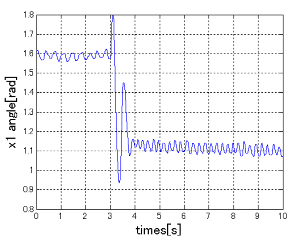

図 8: 5次元システム系

結果，4次元システム系では約±0.640[rad]まで，5次元システム系では約±0.499[rad]以内であれば，トップポジションから平衡点をずらしてもロバスト安定性が保証されることがわかった．理論値との間に多少の誤差があるものの，やはり4次元システム系の方が高いロバスト性を持っていることが実証された．

4.2　最適レギュレータのロバスト安定性

最適レギュレータはナイキストの判別法により，円条件のもとで

1. ゲイン余裕有：無限大
2. ゲイン減少の許容範囲：50%

が成り立つことが示されている．この意味で最適レギュレータは安定性に関してロバストであると言われている[3].

これについて，最適レギュレータの重みを調整し，実際に実機を用いて実証してみた．結果，状態フィードバックゲインの変動は増加方向で4次元システムは7.2倍まで，5次元システムでは7.1倍まで定数倍上昇させても安定性に関してロバストであるということがわかった．また，減少方向では4次元システムは66%まで，5次元システムでは60%まで減少させてもロバスト安定性が保障されることがわかった．

5　おわりに

本研究で得られた成果は次の2点である．

1. 4次元システムの制御系と5次元システムの制御系の性能の違いについての比較.
2. トップポジションにおけるロバスト安定性の限界値の導出と実証.

1.についてはペンダボットのシステムに積分器項を追加することが，制御系にどの程度影響を与えるかということについて考察した．結果，積分器は安定性とロバスト性を悪くすることがわかった．

2.についてはトップポジションでのロバスト安定性が保証される範囲を変則的な根軌跡を使用することで理論的に導出できた．

参考文献

[1] 坂野誠一,川津勇治：極配置によるペンダボットの制御設計，南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文，(2004)．

[2] Block,Dd,J:Mechanical Design and Control of the Pendubot, University of Illinois at Urbana Champaign(1996).

[3] 野波健蔵,西村秀和: MATLABによる制御系設計，東京電気大学出版局(1998).

[4] 須田信英，木田隆，池田雅夫: SIGNALS SYSTEMS CONTROL NOVEMBER，なにわ会館(1988).

[5] 井上和夫, 川田昌克, 西岡勝博：Matlab/Simulinkによるわかりやすい制御工学, 森北出版 (2001).