# スーパーマーケットにおける陳腐化商品の在庫管理

2004MM039 駒田 卓也
2004MM046 松尾 真也
指導教員 澤木 勝茂

## 1 はじめに

本論文では OR による在庫管理モデルを用いて，陳腐化する商品における在庫管理政策について考察する．というのはスーパーマーケットでアルバイトをしていたこともあり，スーパーマーケットでは，閉店の際に日持ちしない売れ残った商品はすべて廃棄しており，その数を減らすことができれば利益がもっと上がると考え最適発注量を求めたいと考えたからである．2 人のやりたいことが一致したので卒業研究のテーマとして取り挙げる．日持ちしない商品 (食品) は，例えば生鮮食品と呼ばれる．寿司，さしみ，弁当，豆腐などは賞味期限が短いので，その鮮度によって売行きが左右される．実際に客は，商品に鮮度の善し悪しがあれば，鮮度の良いほうを選択する．そこで，スーパーマーケットなどでは，鮮度の落ちた商品を売り切るために値引販売を行っている．値引販売の期間では，商品の需要は増加すると思われるので，その期間の期待利得を考慮した発注を行わなければならない．本論文で取り扱う商品は，日持ちしない商品であり，時間の経過に伴う商品の陳腐化を考慮に入れて，そのような販売店であるという条件の下で考察する．そこで，利益の最大化を図る為には，様々な要素があるのだが，特に最適発注量について考察する．

## 2 モデル 1 (別の商品に移る確率を考慮したモデル)

モデル 1 では，品切れで商品を買わずに店を出ていった客，好みのものがなく，他の商品に移った客などが存在する．よって，それらの客を考慮して最適発注量を考える必要がある．そこでモデル 1 では，客が商品を買いに来たにもかかわらず，需要が在庫量を上回ったために，売る機会をみすみす逃してしまった機会を損失と考え，さらに客が別の商品に移る確率を考慮してそれを利益と考えたモデルを考察する．

### 2.1 記号の説明

$x$ : 発注量
$y$ : 需要
$a$ : 商品 1 個当たりの利益
$s$ : 仕入れ原価
$t$ : 品切れ損失
$e(x)$ : 利益
$E(x)$ : 期待利得
$P(y)$ : 需要分布
$p$ : 別の商品に移行したときの利益
$\alpha$ : 客が別の商品へ移る確率

### 2.2 モデルの定式化

このモデルでは，商品が 1 個売れると $a$ 円の利益になり，1 個売れ残ると原価 $s$ 円の損失になる．また品切れ損失を $t$ 円とし，品切れの際に客が別の商品に移る確率を $\alpha$，別の商品に移行したときの利益を $p$ とする，需要は確率変数で，その需要分布を $P(y)$ とすれば利益は，

$$e(x,y)=\begin{cases} ay-s(x-y) & x\geq y \\ ax+p\alpha(y-x)-t(1-\alpha)(y-x) & x\leq y \end{cases} \tag{1}$$

で与えられる．したがって，期待利得 $E(x)$ は，

$$\begin{aligned} E(x)&=\sum_{y=0}^{x}\{ay-s(x-y)\}P(y) \\ &+\sum_{y=x+1}^{\infty}\{ax+p\alpha(y-x)-t(1-\alpha)(y-x)\}P(y) \end{aligned} \tag{2}$$

となる．以上から $E(x)$ を最大にする最適発注量は，次の解である．

$$\begin{cases} E(x)-E(x-1)\geq 0 \\ E(x+1)-E(x)\leq 0 \end{cases} \tag{3}$$

よって最適発注量は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1}P(y)\leq\frac{a-p\alpha+t(1-\alpha)}{a+s-p\alpha+t(1-\alpha)} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x}P(y)\geq\frac{a-p\alpha+t(1-\alpha)}{a+s-p\alpha+t(1-\alpha)} \end{cases} \tag{4}$$

の解である．

### 2.3 考察

$a$=117，$s$=143 とし，品切れ損失を 0，仕入れ原価，売価で変動させ，客が別の商品へ移る確率を 0.1 から 0.9 まで変動させ，別の商品に移行したときの利益をからあげの原価の半分，原価，原価の 2 倍で変動させて計算をおこなった．当然のごとく，品切れ損失の値があがるほど，最適発注量が増加し期待利得は減少するという結果を得た．最適発注量が増加しているのは，発注量を増やすことで，品切れによる損失を減少させようとするからである．同様に別の商品に移行したときの利益があがるほど期待利得は増加する．また品切れ損失が同値の場合，別の商品に移行したときの利益が元の商品の利益を超えると最適発注量は減少することがわかった．これは元の商品をあまり売らずに別の商品を売ったほうが儲かるということである．別の商品に移る確率が高くなることについても同じことがいえる．

## 3　モデル 2 (値引モデル)

売れ残りによる損失を減少させるために，値引販売をおこなう．値引モデルでは，値引期間の利得を考慮した 1 日全体の期待利得を最大にする最適発注量を求める．

### 3.1　記号の説明

$x$：発注量
$y$：需要
$x'$：売れ残り ($x' = x - y$)
$y'$：値引期間の需要
$a$：商品 1 個当たりの利益
$s$：仕入れ原価
$t$：品切れ損失
$1 - r$：値引率
$E(x, x')$：期待利得
$P(y)$：需要分布
$Q(y')$：値引期間の需要分布
$e(x, y, x', y')$：利益

### 3.2　モデルの定式化

モデル 1 では，発注した商品が売れ残れば 1 個につき原価 $s$ 円分の損失としたが，モデル 2 では売れ残った商品を次の期間で値引率 $1 - r$ で販売することにする．
モデル 1 と同様に考えると利益は，

$$e(x, y, x', y') = \begin{cases} ax - t(y - x) & x \leq y \\ ay + arx' - t(y' - x') & x \geq y, x' \leq y' \\ ay + ary' - s(x' - y') & x \geq y, x' \geq y' \end{cases} \tag{5}$$

で与えられる．したがって，期待利得 $E(x, x')$ は，

$$\begin{aligned} E(x, x') &= \sum_{y=x}^{\infty} \{ax - t(y - x)\} P(y) \\ &+ \sum_{y=0}^{x-1} \sum_{y'=x'}^{\infty} \{ay + arx' - t(y' - x')\} P(y) Q(y') \\ &+ \sum_{y=0}^{x-1} \sum_{y'=0}^{x'-1} \{ay + ary' - s(x' - y')\} P(y) Q(y') \end{aligned} \tag{6}$$

となる．以上から $E(x, x')$ を最大にする最適発注量は，次の解である．

$$\begin{cases} E(x, x') - E(x - 1, x' - 1) \geq 0 \\ E(x + 1, x' + 1) - E(x, x') \leq 0 \end{cases} \tag{7}$$

よって最適発注量は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} P(y) \{(ar + t + s) \sum_{y'=0}^{x'-1} Q(y') - a(r - 1)\} \leq a + t \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} P(y) \{(ar + t + s) \sum_{y'=0}^{x'} Q(y') - a(r - 1)\} \geq a + t \end{cases} \tag{8}$$

の解である．

### 3.3　考察

$a$=117，$s$=143 とし，品切れ損失を 0，仕入れ原価，売価で変動させた．私がアルバイトしているところでは，1 割引，2 割引，5 割引で販売することが多いので，値引率を 0.1，0.2，0.5 と変動させて計算をおこなった．同じ品切れ損失では，値引率があがるほど期待利得は減少する．品切れ損失が高ければ高いほど，また値引率を小さくするほど期待利得が少なくなると考えていたが，品切れ損失が仕入れ原価，値引率を 0.1 としたものが一番高い結果となった．これは値引販売する前の発注量の差 (25 と 21) がこの結果をもたらしたのであろう．

## 4　モデル 3 (モデル 1 とモデル 2 の要素を加えたモデル)

モデル 3 では，モデル 2 にモデル 1 の要素を加えて期待利得最大化モデルを考える．ここでは客が別の商品に移る確率を変動させ，さらに値引販売時の値引率を変動させ最適発注量や期待利得にどのような影響をあたえるか考察する．値引する前にからあげが全部売り切れたら客が別の商品に移る確率を考慮する場合と，からあげが売れ残り値引販売をしてそれも売り切れたら客が別の商品に移る確率を考慮する場合と，からあげが売れ残り値引販売をしても売れ残ったら客が別の商品に移る確率は考慮しないというように場合わけする．

### 4.1　記号の説明

$x$：発注量
$y$：需要
$x'$：売れ残り ($x' = x - y$)
$y'$：値引期間の需要
$a$：商品 1 個当たりの利益
$s$：仕入れ原価
$t$：品切れ損失
$p$：別の商品に移行したときの利益
$1 - r$：値引率
$E(x, x')$：期待利得
$P(y)$：需要分布
$Q(y')$：値引期間の需要分布
$e(x, y, x', y')$：利益
$\alpha$：客が別の商品へ移る確率

### 4.2　モデルの定式化

モデル 1，モデル 2 と同様に考えると利益は，

$$e(x, y, x', y') = \begin{cases} ax + p\alpha(y - x) - t(1 - \alpha)(y - x) \\ \quad x \leq y \\ ay + arx' + p\alpha(y' - x') - t(1 - \alpha)(y' - x') \\ \quad x \geq y, x' \leq y' \\ ay + ary' - s(x' - y') \\ \quad x \geq y, x' \geq y' \end{cases} \tag{9}$$

で与えられる．従って，期待利得 $E(x,x')$ は，

$$E(x,x')=\sum_{y=x}^{\infty}\{ax+p\alpha(y-x)-t(1-\alpha)(y-x)\}P(y)$$
$$+\sum_{y=0}^{x-1}\sum_{y'=x'}^{\infty}\{ay+arx'+p\alpha(y'-x')-t(1-\alpha)(y'-x')\} \tag{10}$$
$$\times P(y)Q(y')$$
$$+\sum_{y=0}^{x-1}\sum_{y'=0}^{x'-1}\{ay+ary'-s(x'-y')\}P(y)Q(y')$$

となる．以上から $E(x,x')$ を最大にする最適発注量は，次の解である．

$$\begin{cases} E(x,x')-E(x-1,x'-1)\geq 0 \\ E(x+1,x'+1)-E(x,x')\leq 0 \end{cases} \tag{11}$$

よって最適発注量は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1}P(y)\{\{-ar-s+p\alpha-t(1-\alpha)\}\sum_{y'=0}^{x'-1}Q(y') \\ +a(r-1)\}\geq -a+p\alpha-t(1-\alpha) \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x}P(y)\{\{-ar-s+p\alpha-t(1-\alpha)\}\sum_{y'=0}^{x'}Q(y') \\ +a(r-1)\}\leq -a+p\alpha-t(1-\alpha) \end{cases} \tag{12}$$

の解である．

### 4.3　考察

$a$=117，$s$=143 とし，品切れ損失を 0，仕入れ原価，売価で変動させ，客が別の商品へ移る確率を 0.1 から 0.9 まで変動させ，別の商品に移行したときの利益をからあげの原価の半分，原価，原価の 2 倍で変動させ，さらに値引率を 0.1，0.2，0.5 と変動させて計算をおこなった．

モデル 1 とモデル 3 との違いは値引販売をするかしないかの違いである．モデル 3 では売れ残りがでないようにするため値引販売をしている．そのため別の商品での利益がさらに見込めるためモデル 1 よりも期待利得が高い結果となった．これはモデル 3 のほうが効率の良い売り方をしているといえる．

モデル 2 とモデル 3 との違いは客が別の商品へ移行するのを考慮するかしないかの違いである．当然の結果であるがモデル 3 のほうが結果が良い値となった．商品が売り切れた時に別の商品へ移行したときの利益を上乗せできるとするなら期待利得が上がるのは当然である．

## 5　モデル 4 (2 品種の在庫管理モデル)

陳列してある惣菜の中でも何らかの関係があると考えられる．和食の惣菜だけをいくつか買っていく人，中華の惣菜だけをいくつか買っていく人，栄養のバランスを考えて惣菜を買っていく人など様々である．そこで，モデル 4 では商品を 2 品種とする．数ある商品のなかから，からあげとサラダをあげ，それらの商品の需要が互いに独立していると仮定する独立モデルと，2 商品が依存関係をもつ従属モデルとして考える．

### 5.1　記号の説明

$x_A$：からあげの発注量
$x_B$：サラダの発注量
$x_C$：からあげとサラダの両方の発注量
$y_A$：からあげの需要
$y_B$：サラダの需要
$y_C$：からあげとサラダの両方を購入する人の需要
$a$：からあげが 1 個売れたときの利益
$b$：サラダが 1 個売れたときの利益
$s$：からあげの仕入れ原価
$m$：サラダの仕入れ原価
$t$：からあげの品切れ損失
$n$：サラダの品切れ損失
$\beta$：からあげとサラダ両方を購入する割合 (%)
$P(y_A)$：からあげの需要分布
$P(y_B)$：サラダの需要分布
$Q(y_C)$：からあげとサラダ両方の需要分布
$E(x_A,x_B)$：独立モデルの期待利得
$E(x_A,x_C)$：従属モデルの期待利得
$e(x_A,x_B,y_A,y_B)$：独立モデルの利益
$e(x_A,x_C,y_A,y_C)$：従属モデルの利益

### 5.2　独立モデルの定式化

からあげ，サラダの需要は，それぞれ独立しており $y_A,y_B$ とし，需要分布は，$P(y_A),P(y_B)$ とする．利益は次のように与えられる．

(1) からあげ，サラダ共に売れ残る．
$x_A\geq y_A, x_B\geq y_B$ のとき

$$e(x_A,x_B,y_A,y_B)=ay_A+by_B-s(x_A-y_A)-m(x_B-y_B) \tag{13}$$

(2) からあげは売れ残り，サラダは売り切れる．
$x_A\geq y_A, x_B\leq y_B$ のとき

$$e(x_A,x_B,y_A,y_B)=ay_A+bx_B-s(x_A-y_A)-n(y_B-x_B) \tag{14}$$

(3) からあげは売り切れ，サラダは売れ残る．
$x_A\leq y_A, x_B\geq y_B$ のとき

$$e(x_A,x_B,y_A,y_B)=ax_A+by_B-t(y_A-x_A)-m(x_B-y_B) \tag{15}$$

(4) からあげ，サラダ共に売り切れる．
$x_A\leq y_A, x_B\leq y_B$ のとき

$$e(x_A,x_B,y_A,y_B)=ax_A+bx_B-t(y_A-x_A)-n(y_B-x_B) \tag{16}$$

期待利得 $E(x_A,x_B)$ を最大にする最適発注量は，次の解である．

$$\begin{cases} E(x_A,x_B)-E(x_A-1,x_B-1)\geq 0 \\ E(x_A+1,x_B+1)-E(x_A,x_B)\leq 0 \end{cases} \tag{17}$$

よって最適発注量は，

$$\begin{cases} (a+s+t)\displaystyle\sum_{y_A=0}^{x_A-1}P(y_A)+(b+m+n)\sum_{y_B=0}^{x_B-1}P(y_B) \\ \leq a+b+t+n \\ (a+s+t)\displaystyle\sum_{y_A=0}^{x_A}P(y_A)+(b+m+n)\sum_{y_B=0}^{x_B}P(y_B) \\ \geq a+b+t+n \end{cases} \tag{18}$$

の解である．

### 5.3 考察

$a$=117，$s$=143，$b$=82 $m$=68 とし，からあげ，サラダのそれぞれの品切れ損失を 0，仕入れ原価，売価で変動させ計算した．品切れ損失が増加するにつれ期待利得は減少していく結果が得られた．このことから，からあげ，サラダの品切れ損失がともに 0 のとき，一番期待利得が大きくなり，からあげ，サラダの品切れ損失がともに売価のとき，一番期待利得が小さくなった．サラダの品切れ損失を 0 に固定しからあげの品切れ損失を変動させて期待利得をみるときと，からあげの品切れ損失を 0 に固定しサラダの品切れ損失を変動させて期待利得をみると前者のほうが大きく変わっていることがわかる．これは最適発注量や 2 つの商品の原価や利益に違いがあるからだと考えられる．

### 5.4 従属モデルの定式化

からあげ，サラダが従属関係にある場合を考える．サラダのみを購入する人はいないとする．両方を購入する人の需要分布は，からあげのみ購入する人に従うとするが，からあげを購入する人のうち $\beta$ パーセントは両方購入している．

$Q(y_C)=P(\frac{\beta}{100}y_A)$ とする．

利益は次のように与えられる．

(1)$x_A \geq y_A$，$x_C \geq y_C$ のとき

$$\begin{aligned} e(x_A,x_C,y_A,y_C) &= ay_A+(a+b)y_C-s(x_A-y_A) \\ &\quad -(s+m)(x_C-y_C) \end{aligned} \tag{19}$$

(2)$x_A \geq y_A$，$x_C \leq y_C$ のとき

$$\begin{aligned} e(x_A,x_C,y_A,y_C) &= ay_A+(a+b)x_C-s(x_A-y_A) \\ &\quad -(t+n)(y_C-x_C) \end{aligned} \tag{20}$$

(3)$x_A \leq y_A$，$x_C \geq y_C$ のとき

$$\begin{aligned} e(x_A,x_C,y_A,y_C) &= ax_A+(a+b)y_C-t(y_A-x_A) \\ &\quad -(s+m)(x_C-y_C) \end{aligned} \tag{21}$$

(4)$x_A \leq y_A$，$x_C \leq y_C$ のとき

$$\begin{aligned} e(x_A,x_C,y_A,y_C) &= ax_A+(a+b)x_C-t(y_A-x_A) \\ &\quad -(t+n)(y_C-x_C) \end{aligned} \tag{22}$$

期待利得 $E(x_A,x_C)$ を最大にする最適発注量は，次の解である．

$$\begin{cases} E(x_A,x_C)-E(x_A-1,x_C-1)\geq 0 \\ E(x_A+1,x_C+1)-E(x_A,x_C)\leq 0 \end{cases} \tag{23}$$

よって最適発注量は，

$$\begin{cases} (a+s+t)\displaystyle\sum_{y_A=0}^{x_A-1}P(y_A) \\ +(a+b+s+m+t+n)\displaystyle\sum_{y_C=0}^{x_C-1}Q(y_C) \\ \leq 2a+b+2t+n \\ (a+s+t)\displaystyle\sum_{y_A=0}^{x_A}P(y_A) \\ +(a+b+s+m+t+n)\displaystyle\sum_{y_C=0}^{x_C}Q(y_C) \\ \geq 2a+b+2t+n \end{cases} \tag{24}$$

の解である．

### 5.5 考察

$a$=117，$s$=143，$b$=82 $m$=68 とし，からあげ，サラダのそれぞれの品切れ損失を変動させ $\beta$ を 40，60，80 に変動させ計算した．$\beta$ を変動させても品切れ損失がともに 0 のとき一番期待利得が大きくなった．$\beta$ を大きくすると期待利得も大きくなり最適発注量も多くなる結果となった．からあげなど揚げ物を買うとサラダも一緒に買う人が多くなると考えられる．独立モデルの結果と比較してわかったことだが $\beta$ が 60 のとき，つまりからあげを購入する人のうち 60 パーセント以上がサラダも購入するとわかっているなら二つの商品をセットで売るというほうが利益を多く得られるということになる．

## 6 おわりに

本論文においては，陳腐化する商品を取り扱ったが，商品の売れ残りは損失として捨てるよりも値引販売する方が望ましいという結果がでた．なぜなら値引販売をすることによって，消費者の需要を促す働きが生じ商品 1 個あたりの利益は減少するが，売れ残りによる損失が減少し結果的に期待利得は増加することになるからである．本論文では夏の需要データを使用したわけであるが，立地条件や曜日，天候などのデータは考慮しなかったため計算結果は最適な発注量を出したとはいえない．例えば平日に比べて休日の需要量が多いのが一般的であるため，最適発注量を決定する際はいろいろな条件を考慮する必要がある．発注量を考慮して経営することは大切ではあるが，店側としては味や陳列方法，店員の接客態度などに力を入れているとことが多いので，これらの要素を踏まえた上で発注量を考慮することが店の利益を上げることにつながると考えられる．

## 参考文献


[1] 小和田 正, 澤木 勝茂, 加藤 豊：『OR 入門意志決定の基礎』実況出版 (1984).

[2] 北原 貞輔 , 児玉 正憲：『OR による在庫管理システム』九州大学出版 (1982).

[3] 西谷 和也：『日持ちしない商品の在庫管理』南山大学経営学部情報管理学科卒業論文 (1995 年度).