

エネルギー制御による倒立振子の振り上げ

—摩擦モデルの導入—

2004MM027 石川 和幾

指導教員: 高見 勲

1 はじめに

非線形な対象である倒立振子Pendubotを制御するにあたり、振り上げに非線形モデルに対するエネルギー制御を用いる。実験より推測される摩擦によるエネルギー損失をモデルに組み込むことで、より現実に即したシミュレーションの実現を試みる。シミュレーションと実験を通して理論の有用性を検証する。

2 制御対象

Pendubotのモデルを図1に示す。ラグランジュの運動方程式より物理モデルを求めると下式を得る。

$$\ddot{q} = D(q)^{-1}\tau - D(q)^{-1}c(q, \dot{q})\dot{q} - D(q)^{-1}g(q) \quad (1)$$

ここで、 $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T$ は制御入力、 $q = (q_1, q_2)^T$ はそれぞれリンク1, 2の角度である。Pendubotは4次の微分方程式からなる非線形システムで、リンク1はモータに繋がっており、トルク τ_1 の制御を受けるが、リンク2の制御入力 τ_2 は0である。

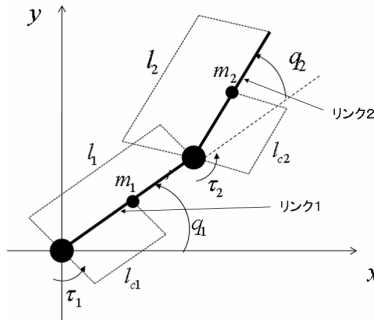


図1: Pendubot モデル

3 振り上げ制御

ダウンレスタングポジションを $(q_1, q_2) = (-\frac{\pi}{2}, 0)$ 、トップポジションを $(q_1, q_2) = (\frac{\pi}{2}, 0)$ と定義する。振り上げ制御ではダウンレスタングポジションからトップポジション近傍まで振り上げることが目標となる。非線形の制御対象を制御するとき、平衡点の周りで線形化をし、線形制御を行う方法が多くの場合用いられるが、ダウンレスタングポジションとトップポジションでは特性が大きく異なるため、トップポジションで線形化した時の制御則ではダウンレスタングポジションからの振り上げを制御することはできない。そのため、非線形モデルを直接用いることにする。

振り上げ制御のコントローラを設計するためにリアプノフ関数を用いる。リアプノフ関数の候補を下式で与える[2]。

$$V(q, \dot{q}) = \frac{k_E}{2}\tilde{E}(q, \dot{q})^2 + \frac{k_D}{2}\dot{q}_1^2 + \frac{k_P}{2}\tilde{q}_1^2 \quad (2)$$

ここで、 k_E, k_D, k_P は正の定数であり、 \tilde{E} はエネルギーの現在値と振り上げ目標のエネルギーとの差、 \tilde{q}_1 リンク1の現在の角度と振り上げ目標角度との差、すなわち $\tilde{E} = E - (\theta_4 - \theta_5)g$ 、 $\tilde{q}_1 = q_1 - \frac{\pi}{2}$ であり、 g は重力加速度、 θ_1 から θ_5 は定数を整理するためのパラメータである。 V は正定であるので、 \dot{V} を求めると

$$\dot{V} = \dot{q}_1(k_E\tilde{E}\tau_1 + k_D\dot{q}_1 + k_P\tilde{q}_1) \quad (3)$$

となる。 $-\dot{q}_1 = k_E\tilde{E}\tau_1 + k_D\dot{q}_1 + k_P\tilde{q}_1$ となるように τ_1 を決めると $\dot{V} = -\dot{q}_1^2$ となり、 $\dot{V} \leq 0$ なのでシステムは安定である。この関係式から制御入力 τ_1 を求めると

$$\tau_1 = \frac{-k_D F(q, \dot{q}) - (\theta_1\theta_2 - \theta_3^2 \cos^2 q_2)(\dot{q}_1 + k_P\tilde{q}_1)}{(\theta_1\theta_2 - \theta_3^2 \cos^2 q_2)k_E\tilde{E} + k_D\theta_2} \quad (4)$$

である。

4 摩擦の観測

まずリンク1の摩擦係数を観測するために、0[s]から0.5[s]の間-5.0 [Nm]のステップを与え、その後重力に従って自由落下するプログラムを作り、実験を行う。

図2, 図3に摩擦観測実験のリンク1, 2の結果を示す。振幅の減衰を摩擦によるエネルギー損失と考え、振幅最大から最小までの1区間を抜き出し、その区間の平均速度を用いて摩擦係数を導出する。リンク2の入力は0なので、手でリンク2を動かし、その後自由落下させ、リンク1と同じように平均速度を用いて摩擦係数を導出する。

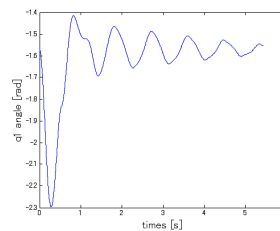


図2: リンク1の角度

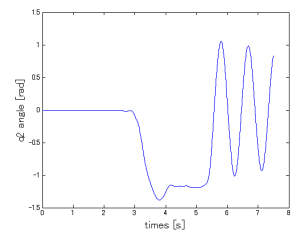


図3: リンク2の角度

それぞれのリンクの摩擦係数を c_1, c_2 とすると $c_1 = 0.018$ [Nms], $c_2 = 0.006$ [Nms]となる。この摩擦係数を用いて損失エネルギーを無視せず状態方程式を導出する。

5 振り上げシミュレーション

振り上げシミュレーションを行うにあたり切り替え制御を考える。 q_1 が ± 0.4 [rad]未満、 q_2 が ± 0.3 [rad]未満

になったときに振り上げ制御から安定化制御に切り替える。切り替えが成功し、安定化制御に移行すれば振り上げは成功したといえる。安定化制御はメカキット付属のサンプルプログラムを用いた。

松浦、鈴木の研究より、実際の装置では $t = 0$ のときに、入力トルク τ が摩擦に打ち勝つことができないことが分かっている[1]。振り上げ制御を考えるにあたり、 $t = 0$ のとき $E(0) = 0$ である必要はないので、振り上げ方向とは逆向きのステップを与えることでポテンシャルエネルギーを稼ぎ、自由落下させることで $E(0)$ の時に運動エネルギーを持った状態からエネルギー制御による振り上げを行うことにした。

シミュレーションでは0[s]から0.355[s]の間-5.14[Nm]のトルクを与え、0.355[s]から0.515[s]の間0[Nm]で自由落下させてPendubotにエネルギーを持たせるためのステップを作った。各パラメータは $k_E = 0.255$, $k_D = 0.16$, $k_P = 1.6$ とした。なお、シミュレーションはMatlab/Simulink¹を用いた。

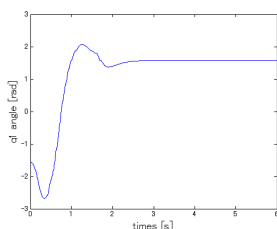


図 4: リンク1の角度

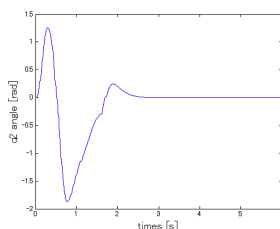


図 5: リンク2の角度

図4, 図5より平衡点近傍まで振り上がり、安定化に切り替わっている。図4を見るとリンク1が平衡点を過ぎたところで切り替えが行われ、安定化制御に移行しているので、振り上げは成功していると言える。

6 振り上げ実験

シミュレーションを基にトルク定数の低下を考慮して実験を行ったが、振り上がらなかった。実験結果を検証してみると、リンクの速度にシミュレーションとの差が見られた。そのため初期ステップから振り上げ制御に切り替わる際のリンクの角度にも差が出ていることが分かった。

原因として粘性摩擦のみを考慮し、クーロン摩擦を考慮せずにモデルを作成したため、クーロン摩擦に対するトルクが補償できず、実験とシミュレーションにズレが生じたと考えられる。

そこで実験を通して、補償できないクーロン摩擦の損失トルクを補うように初期ステップを見直す。その際重要になるのが、次の2点である。初期ステップの最大値と振り上げ制御への切り替え時のリンクの角度と速度である。クーロン摩擦の損失トルクを補うために初期ステップを大きくし、振り上げ制御への切り替え時のリンクの角度と速度をシミュレーションに近づける。

0[s]から0.42[s]の間-7.03 [Nm]のステップを与え、0.42[s]

から0.59[s]の間自由落下させ、入力を1.12倍することで振り上げることが出来た。

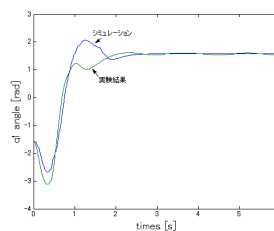


図 6: リンク1の角度

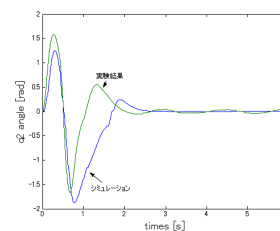


図 7: リンク2の角度

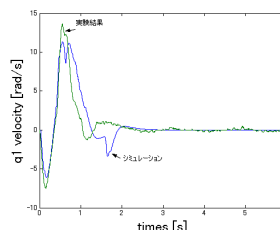


図 8: リンク1の速度

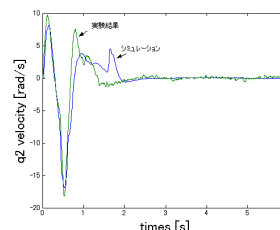


図 9: リンク2の速度

安定化に移行しているのに振り上げは成功していると言える。図6よりシミュレーションと比較すると平衡点付近でリンク1がマイナス方向に動いているが、これはシミュレーションでは見られなかった動きである。初期ステップを大きくしたため、リンク2の速度が増し、平衡点付近のエネルギーが高くなったため、マイナス方向への入力が行われたと考えられる。

7 おわりに

本研究では以下の成果が得られた。実験より導出した摩擦モデルを用いて、より現実的なシミュレーションを行うことが出来るようになった。粘性摩擦のみを考慮したモデルではクーロン摩擦が補償できず、実験とシミュレーションとのズレが生じてしまうことが分かった。実験結果を検証し、生じたシミュレーションとのズレを経験的に補うことで振り上げ実験を成功させることが出来た。

参考文献

- [1] 松浦達郎, 鈴木宏和: エネルギー制御とスライディングモード制御による倒立振子の振り上げと安定化, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文, (2005)。
- [2] Isabelle Fantoni, Rogelio Lozano, Mark W Spong: Energy Based Control of Pendubot, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 45, No.4, pp. 725-729 (2000)。
- [3] 井上和夫, 川田昌克, 西岡勝博: Matlab/Simulinkによるわかりやすい制御工学, 森北出版 (2001)。

¹Matlab/Simulinkは米国Math Works社の登録商標です。