焼肉店におけるレバ刺しの在庫管理

2004MM024 **飯尾恭宏**

指導教員: 澤木勝茂

1 はじめに

本論文では焼肉店におけるレバ刺し (陳腐化商品) の在庫管理について考察し,最適発注量を求める.陳腐化的高は,陳腐化しない商品に比べて在庫として持っているだけで品質が落ちる.品切れにならないように商品の在庫を確保しつつ,売り切れる在庫を確保することが重要である.しかしながら,両者は相反する関係にある.すなわち,品切れにならないように商品在庫を増やせば,完れ残るリスクが増える.逆に,商品在庫を減らせば,完れ残るリスクが増える.逆に,商品在庫を減らせば,完立して商品がないという品切れ損失を招くことになる.とならば常に商品在庫があり,売れ残らない在庫管理代があれば理想である.本論文では,離散型,連続型ともに利益最大化の観点から期待利益E(x)を定式化し,最適発注量を求める条件を導く.



売れ残ったレバ刺しを焼肉用レバーとして販売するモデルである.このモデルでは1次商品をレバ刺し,2次商品を焼肉用レバーとして扱う.ただし,今回の研究では,焼肉用レバーに代用した際の品質保持期限は十分長いとする.また,赤字を出さない為に,a>b>0と仮定する.

2.1 記号の説明

a:1個売れたときの利益

s:原価

b:商品2次代用損失

t:品切れ損失

x:発注量

 $y_1:$ レバ刺しの需要量

y₂:焼肉用レバーの需要量

E(x):発注量xのときの期待利益

 $P_i(y_i): Y_i$ のときの需要分布

e(x,y):利益

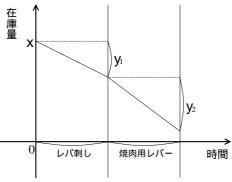
商品2次代用損失とは,レバ刺しを焼肉用レバーに代用することによる定価の差で発生する損失のことである.

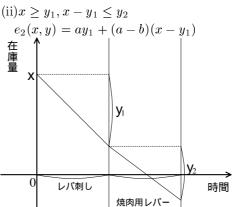
2.2 モデルの定式化

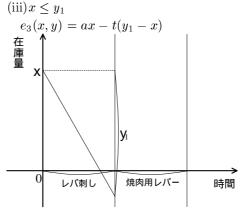
在庫費用に関わる需要と在庫のパターンは,(i)レバ刺し,焼肉用レバーともに売れ残るとき,(ii)レバ刺しが売れ残り,焼肉用レバーが売り切れるとき,(iii)レバ刺しが最初から売り切れるときの,3つに場合分けして考えられる.ただし,焼肉用レバーは品質保持期限が十分長く,品切れ損失は非常に小さいと考えられるため,品切れ損失は考慮しない.利益はそれぞれ,

(i)
$$x \ge y_1, x - y_1 \ge y_2$$

 $e_1(x, y) = ay_1 + (a - b)y_2 - s(x - y_1 - y_2)$







で与えられる。

3 離散型

期待利益は次のようになる.

$$E(x) = \sum_{\substack{y_1 = 0 \\ x}}^{x} \sum_{y_2 = 0}^{x - y_1} e_1(x, y) P_2(y_2) P_1(y_1)$$

$$+ \sum_{\substack{y_1 = 0 \\ y_2 = x - y_1 + 1}}^{\infty} \sum_{e_2(x, y)}^{\infty} e_2(x, y) P_2(y_2) P_1(y_1)$$

$$+ \sum_{\substack{y_1 = x + 1 \\ y_2 = x + 1}}^{\infty} e_3(x, y) P_1(y_1)$$

次に,E(x)を最大にする最適発注量 x^* を求める.発注量xを少なくすると,せっかく買いに来てくれた客に,商品を売れない状況が多く起こるので,発注量を多くした

方がE(x)が大きくなることが予想される.しかし,発注量をあまり多くしすぎると,こんどは売れ残る分が多くなって,E(x)は小さくなってしまう.よって,E(x)を最大にする最適発注量 x^* は,

$$\begin{cases} E(x) - E(x-1) = (a+t) - \sum_{y_1=0}^{x-1} \{(b+t) + (a-b+s) \sum_{y_2=0}^{x-y_1-1} P_2(y_2) \} P_1(y_1) \ge 0 \\ E(x+1) - E(x) = (a+t) - \sum_{y_1=0}^{x} \{(b+t) + (a-b+s) \sum_{y_2=0}^{x-y_1} P_2(y_2) \} P_1(y_1) \le 0 \end{cases}$$

を満たすxの値である.

次に,一様分布を代入して最適発注量を求める条件を 導く.区間 (α,β) での離散型の一様分布は,

$$P(y)=rac{1}{eta-lpha+1}$$
とできる.ただし, $lpha\leq y\leq eta$ とする. $P_1(y_1)=rac{1}{(M_1+1)}, P_2(y_2)=rac{1}{(M_2+1)}$ を代入してまとめると,以下のようになる.

$$\begin{cases} Ax^2 + Bx + C \ge 0 \\ Ax^2 + Dx + E \le 0 \end{cases}$$

ただし,

$$\begin{cases} A = -(a-b+s) \\ B = -\{2(b+t)(M_2+1) + (a-b+s)\} \\ C = 2(a+t)(M_1+1)(M_2+1) \\ D = -\{2(b+t)(M_2+1) + 3(a-b+s)\} \\ E = 2(a+t)(M_1+1)(M_2+1) \\ -2(b+t)(M_2+1) - 2(a-b+s) \end{cases}$$

この2つの2次不等式を満たすxが最適発注量 x^* である.

4 連続型

期待利益は次のようになる.

$$E(x) = \int_0^x \int_0^{x-y_1} e_1(x,y) P_2(y_2) dy_2 P_1(y_1) dy_1 + \int_0^x \int_{x-y_1}^{\infty} e_2(x,y) P_2(y_2) dy_2 P_1(y_1) dy_1 + \int_x^{\infty} e_3(x,y) P_1(y_1) dy_1$$

このE(x)の微分が0に等しくなるとき,期待利益E(x)は最大になる.この時点で一様分布を代入する.なお,連続型の一様分布は, $P_1(y_1)=\frac{1}{M_1}, P_2(y_2)=\frac{1}{M_2}$ とできる.

$$E'(x) = -\frac{(a-b+s)}{2M_1M_2}x^2 - \frac{(b+t)}{M_1}x + \frac{ay_1}{M_1} + t$$

となり, まとめると,

$$-(a-b+s)x^{2} - 2(b+t)M_{2}x$$
$$+2ay_{1}M_{1} + 2tM_{1}M_{2} = 0$$

を満たすxが最適発注量 x^* であることがわかる.

5 数値計算

離散型において, M_1 を変化させたときの最適発注量 x^* の変化を調べた.

M_1	最適発注量 x^*
0	1
5	8
10	14
15	19
20	25
25	29
30	34
35	38
40	42
45	46
50	50
55	54
60	57
65	61
70	64
75	68
80	71
85	74
90	77
95	80
100	83

表より, y_1 に大きく依存する M_1 を増やせば,最適発注量 x^* は増えるということがわかった.これより,このモデルの妥当性が証明された.また,基本的なパラメータであるbの値や,連続型においてtを変化させたが,妥当な結果となった.

6 おわりに

本論文では,陳腐化商品であるレバ刺しの最適発注量を,利益最大化問題として求めた.そしてレバ刺しが売れ残った分を焼肉用レバーに代用するというモデルを離散型,連続型ともに考えた.利益最大化にともない,それぞれに対して与えられる最適発注量 x^* を2次関数の解とすることができた.需要や,他のパラメータによって解は変わってくるが,その中でも $M_1 \le x \le M_1$ を満たす発注量 x^* はその店に大して一番適切な発注量であることがわかった.数値計算により求めた値は,本来ならば期待利益を値として出すのが妥当であるが,実際に必要な値は,最適発注量 x^* であると考え,期待利益の値を出すことよりも,最適発注量 x^* であると考え,期待利益の値を出すことよりも,最適発注量を求めることに重点を置いた.

参考文献

- [1] 小和田正,澤木勝茂,加藤豊:OR入門,実教出版 (1994).
- [2] 近藤英雄,陳腐化する商品の在庫管理,南山大学情報管理学科卒業論文(1995).