

名古屋市における学校の最適配置

2004MM018 早川 真史 2004MM079 高山 邦明

指導教員: 伏見 正則

1 はじめに

平成19年度の名古屋市には263校の市立小学校・124校の市立中学校があり、生徒はそれぞれの学区内にある学校に通学する。古くからある学校の配置はその学校が作られた歴史に基づいて決められているが、現在の学校の配置は世帯数から算出した生徒数が通学することを仮定して、各自治会の生徒数が著しく多くなる地域には学校を建設している。そのため、生徒数が多い地域内には学校数が多くなり、学校が増加することによって元の学区を分割し、文部省から出された指示とそれぞれの地域に居住している市民・団体などの判断・意見に基づいて新しい学区が区切られる。また、人口増加の少ない地域は元のままで学区は改善されず残っている。そのために学校配置が最適な場所にあるとは限らない場合がある。よって、本研究では各地域にある学校の配置を調べ、現状と最適配置を行った場合を比較し、検討する。

2 研究方針

行政施設の最適配置問題について考える場合、利用者がその施設に出向くことの多い「利用者型」の施設と、施設の職員が利用者のいる地点まで赴く「出張型」の施設がある。利用者型施設の場合は、各施設が管轄する地域住民が移動する主体となるので、施設配置については、地域の総住民数にその施設までの平均移動距離を可能な限り最小にする方が望ましい。出張型施設の場合は、移動する対象が職員側であるため、できるだけ需要量の多い地域に近い場所に配置されるのが良く、事故などが発生した場合にすぐに現場へ向かう必要があるため、施設から最も遠くに配置する場所との距離を可能な限り最小にする方が望ましい。今回の場合、施設対象が学校となるので各地域に住む利用者(生徒)が施設(学校)まで移動するときの総通学距離の全施設についての総和を最小化し、利用者の負担が少なくなるような施設配置を行うことを目的とするため、「利用者型」の施設として踏まえ、配置方法について研究する。

2.1 研究目的

愛知県名古屋市を対象として各学校の配置と、その各地域に住んでいる生徒がどの学校に向かうのかを変更し、変更前と後でどれだけの違いがでるのかを比較し、検討する。

2.2 対象地域

対象地域は名古屋市全体を図??のように千種区、北区、東区、守山区、名東区、西区、中村区、中区、熱田区、中川区、昭和区、瑞穂区、天白区、港区、南区、緑区の全16区に分けて区ごとに研究していく。

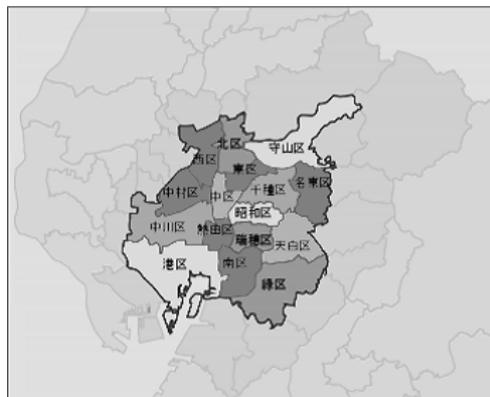


図 1: 名古屋市全域地図

2.3 計算方法

名古屋市の各区の生徒数と世帯数を調べて、世帯数における生徒の割合を求める。その後、世帯数に算出した割合を掛けて各メッシュに生徒がどれだけ住んでいるのかを計算する。(生徒数が整数でなくても最適化ソフトウェアWhat's Best! 9.0における計算の誤差を避けるために四捨五入をせずに計算する。)

2.4 座標の設定

名古屋市のメッシュデータにおいて、最西端、最南端のメッシュの中心点をX座標の1、Y座標の1と定める。そして、500m毎に区切られたメッシュデータにおいて500mを1目盛と考えて計算する。

2.5 データ

名古屋市内の学校を分析対象として、表??、??に示すように小・中学校の生徒数と教員、学校数のデータ及び、国勢調査によるメッシュ・世帯数などのデータを使用して研究を行う。

● 名古屋市メッシュデータ

メッシュデータは平成12年10月1日に実施された「平成12年国勢調査」集計結果のうちの名古屋市のデータを使用するものとする。名古屋市の統計調査は5年ごとに行われており、現在あるメッシュ統計は平成12年度のものであるため、本研究ではこのデータを使用する。

● 名古屋市内学校データ

名古屋市役所における平成12年度人口データの中から各区の学校数、生徒数(知的障害者、情緒障害者含む)、教員数のデータを使用する。また、障害者を対象にした養護学校などはデータが不備であるために除外するものとして分析を実施する。

表 1: 小学校の各区域データ

	生徒数(人)	教員数(人)	学校数(校)
千種区	6811	321	15
北区	8812	411	19
東区	3109	168	9
守山区	8630	389	18
名東区	9858	444	19
西区	6807	356	19
中村区	5893	311	18
中区	2544	161	11
熱田区	3085	149	7
中川区	12370	557	24
昭和区	4701	220	11
瑞穂区	5197	244	11
天白区	9546	408	16
港区	9211	430	19
南区	7473	363	18
緑区	13637	620	26
合計	117684	5552	260

表 2: 中学校の各区域データ

	生徒数(人)	教員数(人)	学校数(校)
千種区	3414	183	7
北区	4514	236	7
東区	1650	101	4
守山区	4301	220	7
名東区	4738	245	8
西区	3332	195	7
中村区	2974	170	7
中区	1226	88	4
熱田区	1568	89	3
中川区	5777	314	11
昭和区	2326	139	5
瑞穂区	2600	149	5
天白区	4302	234	7
港区	4715	260	8
南区	3994	218	7
緑区	6601	359	11
合計	58032	3200	108

3 最適配置問題

3.1 モデル

本節では、名古屋市を対象として学校施設の最適配置問題を考える。本研究の最適配置問題では生徒全体にとって利便性の高い場所に配置することを基準にして、全体の総通学距離を最小化することを目的としたモデルを作成する。このように複数の施設を配置して利用者全員の移動距離の総和を最小化することを解の基準として決める問題はメディアン問題といわれており、数理計画の問題として定式化することができる。

本研究は対象地域にあるどのメッシュに学校を配置すべきかを求める最適配置モデルとし、0-1型整数変数を用いた混合型整数計画法によって定式化する。しかし、この問題を解くにあたって、いくつか考慮しなくてはならない点がある。それは、(1)用地取得の難易、(2)人口移動などが挙げられる。(1)は最適な配置である対象が地形的に不可能な配置である場合も考えられると同時に地主による承諾が得られない可能性もある。(2)は1世帯当たりの生徒数の変化や市外への世帯の移動が起きて世帯数に変化が生じる可能性がある。他にも考慮すべき点があると思われるが、用地取得や人口移動については将来的に予測が困難であるため、これらを除外して研究を行う。

3.2 決定変数

メッシュデータを使用するにあたって、以下に集合の定義を示す。

$$V = \{i | \text{メッシュ}i \text{は住民が居住しているメッシュ}\}$$

$$S = \{j | \text{メッシュ}j \text{は学校の配置対象}\}$$

上の集合の定義によって、以下に決定変数の定義を示す。

Z_j : メッシュ j に学校を配置するか否かを表す
0-1型整数変数

$$Z_j = \begin{cases} 1: \text{メッシュ}j \text{に学校を配置する} \\ 0: \text{メッシュ}j \text{に学校を配置しない} \end{cases}$$

x_{ij} : メッシュ j に配置された学校を利用する
メッシュ i の生徒数を表す連続型変数

$$x_{ij} \geq 0 \quad i \in V, j \in S \quad (1)$$

3.3 記号の定義

C : 教員1人当たりが受け持つ平均生徒数

P_i : メッシュ i の生徒数

P : 対象地域の総生徒数

T : 対象地域の学校の教員総数

$$P = \sum_{i \in V} P_i, \quad C = \frac{P}{T}$$

M : 各学校の教員数の上限

K : 対象地域内に配置される学校数

$$M = \frac{(1 + \alpha)T}{K} \quad (\alpha \text{は正の定数})$$

d_{ij} : メッシュ i とメッシュ j との重心間の直線距離

X_i : メッシュ i の重心の X 座標

Y_i : メッシュ i の重心の Y 座標

X_j : メッシュ j の重心の X 座標

Y_j : メッシュ j の重心の Y 座標

$$d_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \quad i \in V, j \in S$$

3.4 定式化

3.4.1 目的関数

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in S} d_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

目的関数(2)は配置された学校に通学する生徒全体の通学距離の総和を表している。この値を最小化することが生徒にとって望ましい施設の配置となる。

3.4.2 制約条件

制約条件は総生徒数条件、施設(学校)容量条件、総施設数条件、配置可能条件の4つの条件を設定する。

- 総生徒数条件

総生徒数条件は対象メッシュ内の生徒が配置された学校を利用することを表す。

$$\sum_{j \in S} x_{ij} = P_i \quad i \in V \quad (3)$$

- 施設(学校)容量条件

施設容量条件はメッシュに学校が配置された場合、受け持つことができる生徒数には上限があることを表す。

$$\sum_{i \in V} x_{ij} \leq CM \quad j \in S \quad (4)$$

- 総施設数条件

総施設数条件は対象地域に配置される学校の総数を表す。

$$\sum_{j \in S} Z_j = K \quad (5)$$

- 配置可能条件

配置可能条件は、学校が配置された場所に限り生徒が移動することを表す。

$$x_{ij} \leq P_i Z_j \quad i \in V, j \in S \quad (6)$$

また、学校を配置したメッシュ内にいる生徒が、同じメッシュ内の学校に通学する場合の距離は0とする。

$$d_{ii} = 0 \quad i \in V \quad (7)$$

4 実行結果

総通学距離に関しては表??、??のように、現在配置と比較すると、全ての地区を改善することが可能だった。1人当たりの平均通学距離では、改善とまではいかなくとも100m~200m短縮することができた。しかし、学校に最も遠くから通学する距離(最遠距離)に関しては半径2キロ以内という制約条件を満たして入るものの、逆に増加してしまう地区が出てしまっている。モデルの特性上、最遠距離に重点を置いていないため、増加してしまう地区が出てしまうのは当然ではあるが、最も遠い距離を通学することになる児童にとっては不公平となってしまう。

よって公平を期すため利用施設から最も遠くなる利用者の距離の改善に重点を置くミニマックス問題によるモデルの作成が重要になることを改めて理解した。

表 3: 各区域の計算結果(総通学距離)

学区	小学校		中学校	
	現在配置	最適配置	現在配置	最適配置
千種区	4047.075	2493.366	2380.973	1925.906
北区	3349.767	2509.633	2923.793	2540.080
東区	1130.980	891.547	1089.032	837.143
守山区	5184.723	3459.440	4269.921	3238.348
名東区	4441.571	3548.801	3325.691	2844.908
西区	2682.896	1775.662	2171.329	1685.294
中村区	2198.278	1597.558	1849.681	1474.970
中区	1091.369	686.140	943.765	711.759
熱田区	1334.052	1154.269	1102.070	836.716
中川区	6328.479	4755.141	5098.345	3552.623
昭和区	2284.948	1606.973	1693.324	1204.400
瑞穂区	2202.863	1902.147	1687.551	1430.010
天白区	4758.527	3696.184	3068.669	2674.272
港区	4599.305	3606.605	3945.076	3034.625
南区	3259.107	2500.977	2596.393	2329.475
緑区	7045.499	5463.831	5617.945	4385.546

単位(km)

表 4: 各区域の計算結果(1人当たりの平均通学距離)

学区	小学校		中学校	
	現在配置	最適配置	現在配置	最適配置
千種区	0.594	0.366	0.697	0.564
北区	0.380	0.285	0.648	0.563
東区	0.364	0.287	0.660	0.507
守山区	0.601	0.401	0.993	0.753
名東区	0.451	0.360	0.702	0.600
西区	0.394	0.261	0.652	0.506
中村区	0.373	0.271	0.622	0.496
中区	0.429	0.270	0.770	0.581
熱田区	0.432	0.374	0.703	0.534
中川区	0.512	0.384	0.883	0.615
昭和区	0.486	0.342	0.728	0.518
瑞穂区	0.424	0.366	0.649	0.550
天白区	0.498	0.387	0.713	0.622
港区	0.499	0.392	0.837	0.644
南区	0.436	0.335	0.650	0.583
緑区	0.517	0.401	0.851	0.664

単位(km)

5 付加条件モデル(2小1中)

市立中学校の中には、二つの小学校を組み合わせた学区に一つの中学校を配置することを基準にしている地区がある。そのため、どの小学校の学区を組み合わせるか

が重要になってくる。よって小学校を学区の中心点と考え、小学校同士の距離が最短になる組み合わせを考える2小1中モデルを最適配置モデルに付加して検討する。また小学校二つの学区内に一つの中学校を配置するモデルなので表??の学校数ではなく、2小1中モデルに必要な学校数にして研究を行う。方法としては一つの小学校に対して、選んだ小学校以外の施設との距離を全パターンの組み合わせを試していき、最終的に小学校と小学校の距離の総和が最小になるものを選択する。

6 定式化

6.1 決定変数

以下に集合の定義を示す。

$$I : \text{小学校番号の添字集合 } I = \{1, 2, \dots, m\}$$

上の集合の定義に基づき、以下に決定変数の定義を示す。

X_{pq} : 小学校 p と小学校 q を組み合わせた学区内に中学校を配置する($X_{pq} = 1$)か否($X_{pq} = 0$)かを表す0-1型変数

6.2 記号の定義

D_{pq} : 学校 p から学校 q までの直線距離

R_p : 行列 $[X_{pq}]$ における p 行の行和

C_q : 行列 $[X_{pq}]$ における q 列の列和

$$R_p = \sum_{q \in I} X_{pq} \quad p \in I \quad (8)$$

$$C_q = \sum_{p \in I} X_{pq} \quad q \in I \quad (9)$$

6.3 定式化

6.3.1 目的関数

組み合わせる小学校同士の距離の総和を最小にする。

$$\min \sum_{p \in I} \sum_{q \in I} D_{pq} X_{pq} \quad (10)$$

6.3.2 制約条件

組み合わせ終わった小学校のグループが重複しないための制約式。

$$R_p + C_p = 1 \quad p \in I \quad (11)$$

- m =偶数

小学校数 m が偶数の場合、 D_{pp} は ∞ とする。これはすべての学校番号を割り当てるときに、同じ番号同士で組み合わせるのを避けるためである。

- m =奇数

小学校数 m が奇数の場合、グループとなった小学校には他の小学校を組み合わせず、余りを独立した学区にするために D_{pp} は ∞ ではなく、その学区内の平均通学距離とし、また以下の式を付け加える。

$$\sum_{p \in I} X_{pp} = 1 \quad (12)$$

表 5: 2小1中の各区域の計算結果

学区	学校数	総通学距離	1人当たりの平均通学距離
千種区	8	2220.569	0.650
北区	10	2431.906	0.539
東区	5	860.598	0.522
守山区	9	3149.942	0.732
名東区	10	3245.679	0.685
西区	10	1507.122	0.452
中村区	9	1297.172	0.436
中区	6	647.391	0.528
熱田区	4	946.969	0.604
中川区	12	3850.664	0.667
昭和区	6	1363.019	0.586
瑞穂区	6	1608.248	0.619
天白区	8	2929.496	0.681
港区	10	3128.195	0.663
南区	9	2359.264	0.591
緑区	13	4332.016	0.656

単位(km)

7 終わりに

本研究では名古屋市を例にして、整数計画問題として定式化を行い、学校の配置を変化させることでどれだけ生徒にとって利便性が高まるかを研究してきた。その結果、小学校・中学校において全生徒の平均通学距離を大幅に短縮することができた。また、中学校に関しては、2小1中で行う付加条件モデルは学校数が増えているにもかかわらず、総通学距離は現在配置より短縮できたものの、全地区の総通学距離を合計すると最適配置モデルで行われた結果の方が少ない結果になったことが意外である。実際には用地取得の難易、人口移動などが起きるため、必ずしもその配置が正しいとはいえない。しかし、最適化によって学校の配置を変更できれば多くの利用者の利便性を高めることができると思われる。また、一辺が500mの単位のメッシュで始めたため、もっと単位を縮小して研究すれば大幅に通学距離の短縮が期待できるだろう。

謝辞

本研究を進めるにあたり、伏見正則教授には何度もご指導していただき大変お世話になりました。そしてご協力いただいた方々に深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 大山 達雄、田村 浩之、佐野 貴子: 郵便局の置局配置に関する調査研究、郵政研究所月報、1999年11月号、pp.4-23。
- [2] 近藤 尚季: 愛知県における小包輸送ネットワークの最適化、南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文、2005年。
- [3] 名古屋市: 平成12年国勢調査結果報告書。
- [4] 名古屋市: 名古屋のメッシュ統計、岡田印刷、2003年。