

H_∞ 制御によるクレーンのロバスト安定化

2004MM003 浅野 良

指導教員: 高見 勲

1 はじめに

本研究では、クレーンのペイロードの位置を指定した目標値に追従させ、安定させることを目的とする。しかし、制御器設計で用いる数式モデルには、実システムとの間にモデルの不確かさがある。制御器設計ではこのモデルの不確かさに対応しロバストな制御器を作ることが重要である。ここで、ロバスト制御系の実現法である、 H_∞ 制御理論の混合感度問題を解くことにより追従性、ロバスト性の両方を満足させる制御器を設計し、システムの安定化を図る。

2 制御対象

本研究ではクレーンのジブプラント(図1)を制御対象とする。この制御対象は、モーターに電流を流すことにより、ペイロードの振動を抑えながら移動させペイロードの位置を制御しトロリーの位置、振り子の角度により観測する。

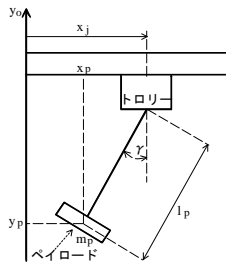


図 1: ジブプラント

3 H_∞ 制御

3.1 混合感度問題

本研究では1入出力追従系に対し、目標値追従性とロバスト安定性の両方を満足させる制御系を設計する。乗法的誤差に対する混合感度問題を考えるため一般化プラントを図2のように構成する。混合感度問題を解く際に感度関数 $S = \frac{1}{1+PK}$ と相補感度関数 $T = \frac{PK}{1+PK}$ の大きさを調整させるために導入された周波数重み W_s, W_t の決定が重要である。

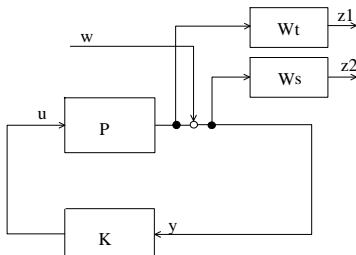


図 2: 一般化プラント

3.1.1 重み W_t, W_s の決定

ペイロードの重さを0.86[kg]から0.01[kg]まで変更した時の乗法的誤差 Δ_m を考え、重さを0.86[kg]にした時をノミナルなプラントとし、そのプラントで設計されたコントローラを使い、重さを0.01[kg]に変更した時でも安定するようなコントローラを設計するため相補感度関数に対する重み W_t は Δ_m を覆うように $W_t = \frac{5(50s+1)}{5s+1}$ としたが誤差 Δ_m のピークが無限に発散しているため一部無視して考えた。感度関数に対する重み W_s は目標値追従性が強く要求される低周波領域では大きくし、高周波で小さくするため $W_s = \frac{10000(s+1)}{100s+1}$ と決定した。ペイロードの重さ0.01[kg]との誤差 $\Delta_m, 0.3$ [kg]との誤差 $\Delta_{m1}, 0.5$ [kg]との誤差 Δ_{m2} と W_t の関係を左図に示し、 W_t, W_s のボード線図を右図に示す。

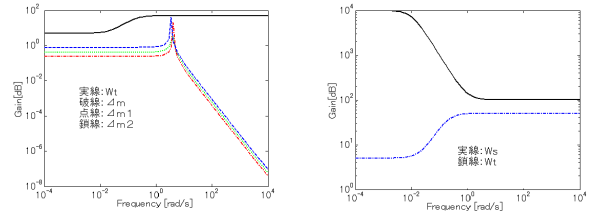


図 3: W_t, W_s の決定

3.2 H_∞ 制御問題

H_∞ 一般化制御対象は制御対象や周波数重みなどを一まとめにしている。一般化制御対象の線形化した状態方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} x &= [x_j, \gamma, \dot{x}_j, \dot{\gamma}, x_{ws}, x_{wt}]^T \\ \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned}$$

ここで、状態量を x 、トロリー位置を x_j 、速度を \dot{x}_j 、振り子の角度を γ 、角速度を $\dot{\gamma}$ 、 W_s を表現するための状態量を $x_{ws}(t)$ 、 W_t を表現するための状態量を x_{wt} 、外乱を w 、操作量を u 、出力を制御量 $z = [z1, z2]^T$ 、観測量 y で表す。

3.3 制約条件

本研究では H_∞ 制御問題を解く上で満足しなければならない条件を満足していなかったため A 行列、 D 行列に実システムに影響のないような小さな仮想単位ベクトル ϵI を足すことで条件を満足させた。

3.4 制御器設計

リカッチ方程式に基づくK.Glover,J.C.Doyleらの解法によって求めた。

4 シミュレーション・実験

4.1 シミュレーション

重み $W_t = \frac{5(50s+1)}{5s+1}$, $W_s = \frac{10000(s+1)}{100s+1}$ とした時にシミュレーションを図4に示す。ここで、 G_1 はペイロードの重さ0.86[kg]の時で G_2 を0.01[kg]とした。

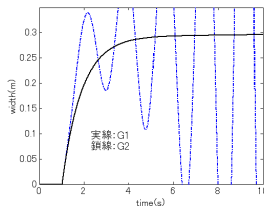


図 4: シミュレーション 1

G_1 は安定しているが G_2 は発散している。スモールゲイン定理を適用する際 Δ_m も安定でなければならないということ、相補感度関数に対する重み W_t の決定の際にゲインピークを考慮していなかったことが原因である。

4.2 振動抑制のためのアプローチ

乗法的誤差が無限に発散しないようにプラントにフィードバックをかけることでこの問題を改善する。フィードバックとしてレギュレータを採用し誤差を有限にするため、レギュレータをプラントの一部と考え図5のように構成する。

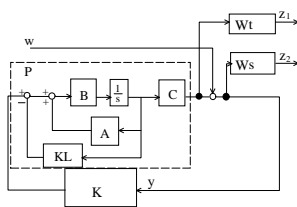


図 5: レギュレータを用いた H_∞ 制御

重みをそれぞれ $W_s = \frac{100(s+1)}{100s+1}$, $W_t = \frac{0.05(10s+1)}{s+1}$ と決定し W_t と Δ_m の関係左図に示し、シミュレーションを行った結果を右図に示す。

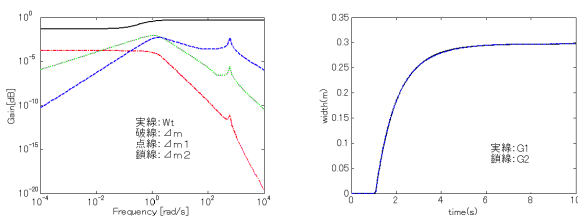


図 6: 左図: W_t, Δ 右図: シミュレーション

レギュレータを搭載したためプラントの特性が変わり乗法的誤差が有限となったため、重み W_s で覆うことができるようになった、そしてシミュレーション結果は G_1, G_2 共に安定し、 G_2 の振動も抑制されていることが確認できた。ここで制御器の次数は H_∞ 制御器と変わらず6次で変わった。

4.3 実験 1

シミュレーションと比較するためランプ応答で目標値を与えたものを左図に示し、その結果をもとに実験を行い、実験結果を右図に示す。

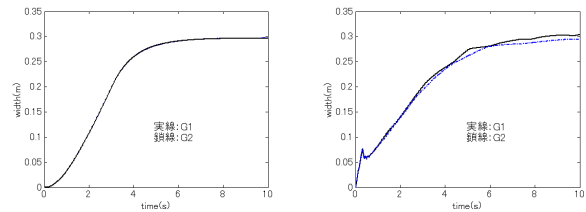


図 7: 左図: シミュレーション 右図: 実験結果

制御器が微分に近い要素を持っているため実験結果の立ち上がりに振動がみられた。このような影響を緩和するため、制御器の周波数応答のピークを抑えることのできるような重みの再検討が必要である。

4.4 実験 2

重みをそれぞれ $W_s = \frac{s+1}{100s+1}$, $W_t = 0.01$ に変更し、シミュレーションをもとに実験を行い、 G_1 の実験結果を左図、 G_2 の実験結果を右図に示す。

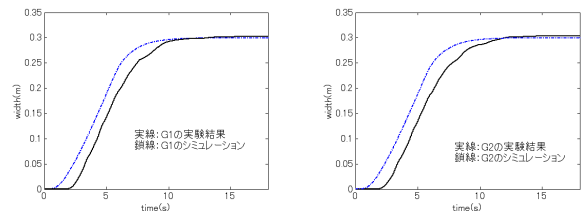


図 8: 左図: G_1 実験結果 右図: G_2 実験結果

G_1, G_2 ともに安定し目標値追従性、ロバスト安定性が確認できシミュレーションに近い結果が得られた。しかし、立ち上がりの際にもたつきや、振り子の揺れが少しみられた。

5 おわりに

H_∞ 制御理論だけでは解けない問題に対し仮想ベクトル、レギュレータを付加することで、 H_∞ 標準問題を解き制御器を設計することにより、目標値追従性、ロバスト安定性を確認することができた。

今後の課題として多入出力系に対して理論の検証をする。

参考文献

- [1] 野波健蔵,西村秀和,平田光男: MATLABによる制御系設計, 東京電気大学出版局 (1998).