

3 慣性システムのモデリングによる制御性の向上

2003MM121 山本 彰人

指導教員: 高見 勲

1 はじめに

制御を行う上で制御対象のモデリングは非常に重要である。パラメータ同定において一度の実験だけで出した値では、その値の信頼性は低くなってしまふ。そこで本研究では実際に実験を複数回行い、その実験機のパラメータ値等の値の信頼性を高める。このパラメータ値が非線形性を持ち、その非線形性を考慮した制御系を設計することで制御性を向上させる。

2 物理モデル

2.1 運動方程式

本研究では3慣性システムを用いる。各diskの運動方程式は次式になる。

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 &= T(t) - k_1(\theta_1 - \theta_2) - c_1 \dot{\theta}_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 &= k_1 \theta_1 - (k_1 + k_2) \theta_2 + k_2 \theta_3 - c_2 \dot{\theta}_2 \\ J_3 \ddot{\theta}_3 &= k_2(\theta_2 - \theta_3) - c_3 \dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

ただし、 J_1, J_2, J_3 は各diskの慣性モーメント[kg m^2], k_1, k_2 は各ばねのばね定数[N/rad], c_1, c_2, c_3 は各diskにかかるダンピング係数, T_i はトルク[Nm], $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ は変位角を表している。

2.2 状態方程式

求めた運動方程式を状態方程式で表すと

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

となる。

ただし状態変数 $x(t)$, 制御量 y , 操作量 u , 係数行列 A, B, C は次のようになる。

$$\begin{aligned} x(t) &= [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]^T, y(t) = \theta_3, u(t) = T \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1/J_1 & k_1/J_1 & 0 & -c_1/J_1 & 0 & 0 \\ k_1/J_2 & -(k_1 + k_2)/J_2 & k_2/J_2 & 0 & -c_2/J_2 & 0 \\ 0 & k_2/J_3 & -k_2/J_3 & 0 & 0 & -c_3/J_3 \end{bmatrix} \\ B &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1/J_1 \quad 0 \quad 0]^T \\ C &= [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned}$$

3 パラメータ同定

ここでは、3慣性システムのパラメータである各diskの慣性モーメント J_1, J_2, J_3 , ばね定数 k_1, k_2 , ダンピング係数 c_1, c_2, c_3 の値を実験により同定する。

実験方法は、手で重りのついてないdiskを約20度(1000count)動かし、放す。するとdiskは振動し、すばやく減衰する。その様子を図に表す。

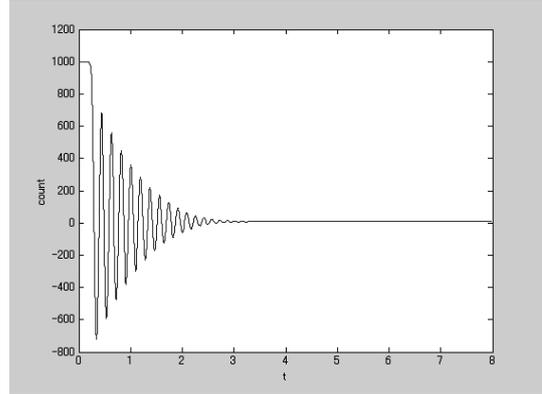


図 1: 実験 (diskの振動の様子(重りなし))

図 1 より減衰係数 ζ , 自然周波数 ω_n を求め、その値を次式に代入することによりパラメータ値を得る。

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + c/J s + K/J \quad (1)$$

ここで、disk1のパラメータ値を求める時、次式が成り立っている。

$$k_1/(J_m + J_1) = (\omega_{n1})^2 \quad (2)$$

$$k_1/J_1 = (\omega_{n12})^2 \quad (3)$$

ここに、”11”の添え字はdisk1, 試行1(試行1は重りを付けた場合, 2は無負荷の場合)を, J_m は重りの慣性モーメントを示す。式(2),(3)より、 k_1 と J_1 を求めるには重りのある場合とない場合の自然周波数が必要であることがわかる。そこで実験はdisk1, disk3共に重りのある場合とない場合の全てを行う。

4 信頼度の向上

パラメータ同定の作業を複数回行うことでパラメータ値の信頼度の向上を図る。disk1, disk3共に重りのある場合とない場合を30回づつ、計120個のデータを集め、その平均をとる。このとき平均値をできるだけ信頼のできる値にするため、得られたパラメータ値の最高値と最低値を削除した、計28個のパラメータ値より平均をとった。そのときのパラメータ値の平均を以下に示す。

$$\begin{aligned} \omega_{11} &= 11.78, \omega_{12} = 33.45, \omega_{31} = 11.75, \omega_{32} = 36.98 \\ \zeta_{11} &= 0.0339, \zeta_{12} = 0.0409, \zeta_{31} = 0.0121, \zeta_{32} = 0.0115 \\ J_1 &= 0.00238, J_2 = 0.00189 \\ c_{11} &= 0.015, c_{12} = 0.0065, c_{31} = 0.0053, c_{32} = 0.0016 \\ K_1 &= 2.66, K_3 = 2.58 \end{aligned}$$

これにより得られる状態方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1119 & 1119 & 0 & -2.737 & 0 & 0 \\ 1412 & -2781 & 1369 & 0 & -0.8483 & 0 \\ 0 & 1369 & -1369 & 0 & 0 & -0.8483 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 7471.8 \ 0 \ 0]^T, C = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

5 非線形性

5.1 各動作点でのパラメータ値

ここで動作点,つまりcountを変えて実験をしてみる.今までの実験は1000count曲げて手を離していたが,これを750count,500count,250countと角度を変えて実験してみる.前回同様複数回行う.そしてここでも平均値をできるだけ信頼のできる値にするため,得られたパラメータ値の最高値と最低値を削除した,複数個のパラメータ値より平均をとった.これを各動作点全てに行う.その結果を表5.1に示す.

表5.1 各動作点でのパラメータの違い

	250count	500count	750count	1000count
$\omega n11$	12.36385	12.25598	11.95056	11.78452
$\omega n12$	35.84679	34.56237	33.58463	33.45464
$\omega n31$	11.9336	11.9161	11.83256	11.74921
$\omega n32$	37.35778	37.23099	37.09471	36.97896
$\xi 11$	0.065779	0.04331	0.036509	0.033854
$\xi 12$	0.057028	0.043154	0.03771	0.040875
$\xi 31$	0.006358	0.00848	0.010073	0.012278
$\xi 32$	0.006428	0.008683	0.009796	0.011403
J1	0.002284	0.002418	0.002436	0.00238
J2	0.001912	0.001918	0.001903	0.001887
C11	0.030913	0.020401	0.016785	0.015303
C12	0.00932	0.007209	0.006169	0.006508
C31	0.002839	0.003783	0.004458	0.00539
C32	0.000918	0.00124	0.001383	0.001592
K11	2.934104	2.887032	2.747205	2.663692
K12	2.934104	2.887032	2.747205	2.663692
K31	2.665866	2.65778	2.618632	2.57965
K32	2.665866	2.65778	2.618632	2.57965

5.2 非線形性の発生

表5.1からわかるように,動作点によってパラメータ値が変わっていることが確認できる.これは制御対象が非線形であることを意味している.中には1000countと250countとでは倍近く値が変わっているパラメータもあり,正確な制御を行うには無視のできない問題である.このことにより,その角度により適切なパラメータを使うことができれば制御性能が増すと考えられる.

6 最適レギュレータ(LQ最適制御)

フィードバック制御系の設計法として,最適レギュレータがある.これは,式(4)の状態方程式に対して,次の評価規範

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + r u(t)^2) dt \quad (5)$$

を最小になるように制御入力 $u(t)$ を決定するものである.この評価規範は,物理的には状態 $x(t)$ の誤差面積と制御入力

$u(t)$ の消費エネルギー - の和を表している.ただし, $n \times n$ 正定または半正定行列 Q と正数 r はそれぞれ評価の重みである.

状態方程式(4)が可制御であるとする.このとき,式(5)を最小とする制御入力 $u(t)$ は

$$u(t) = -k^T x_t$$

$$k^T = \frac{1}{r} b^T P$$

与えられる.ただし, $n \times n$ 行列 P は,次のリカッチ型行列方程式の唯一の正定対称な解である.

$$A^T P + P A - \frac{1}{r} P b b^T P + Q = 0$$

7 シミュレーション

動作点ごとのフィードバックゲインを求め,動作点が変わるとパラメータが変わり,それに対応した最適なフィードバックゲインが用いられる制御系を構成し,シミュレーションを行う.

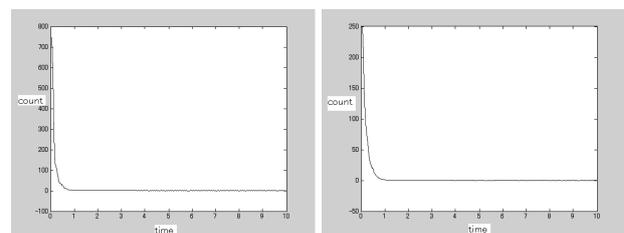


図2: 左:750countの時

右:250countの時

8 おわりに

本研究ではパラメータ値の信頼度を上げるために,30回実験を行いパラメータ値を求めた.さらに動作点を変えると,パラメータ値が変わっていくことを発見した.そしてその値を調べ比較すると,倍ほど値の変わる非線形性を有していることを確認した.そこで動作点が変わってもそれに対応するパラメータ値が使われ,ふさわしいフィードバックゲインが用いられる制御系を設計し,動作点により,最適な制御ができるようになった.

参考文献

- [1] 足立修一: MATLABによる制御工学,東京電機大学出版社(1999)
- [2] 坂野誠一: 外乱抑制を目的としたILQ設計法,南山大学大学院修士(数理情報学)論文(2006)
- [3] 井上和夫,川田昌克,川崎義則: MATLABによるわかりやすい制御工学,森北出版(2001)
- [4] 片山徹: システム同定入門,朝倉書店(2002)