

# H 制御による磁気浮上システムの安定化

2003MM088 大迫佑磨

指導教員: 高見勲

## 1 はじめに

本研究では、磁気浮上装置の円盤状の磁石の位置を下部のコイルに電圧をかけることにより、指定した目標値に追従させることを目的とする。しかし、実システムと数値モデルの間に常に誤差が存在する。したがってモデル誤差の問題をいかに克服するかが重要な問題になってくる。そこで、モデル誤差を考えた上で制御を可能にするロバスト安定性、目標値に対する追従性を表す感度特性の二つの特性を用いる混合感度問題を考えることによりシステムの安定化を図る。

## 2 制御対象とモデル化

### 2.1 モデル化

磁気浮上システムの物理モデルを決定する。磁気浮上システムではコイルの力、重力、ガラスロッドによる摩擦によって磁石が浮上する。図1に、磁気浮上システムの磁石に作用する力を示す。

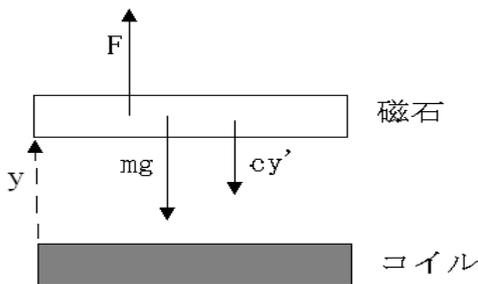


図 1: 磁気浮上システムの磁石に作用する力

磁石にコイルが及ぼす力を  $F[N]$ 、コイルから磁石までの距離を  $y[m]$ 、磁石の質量を  $m[kg]$ 、重力加速度を  $g[m/s^2]$ 、磁石とガラスロッドの間にかかる動摩擦係数を  $c[kg/s]$  とすると、状態方程式は次式ようになる。ただし、 $c = m$  とする。

この時、運動方程式は、

$$m\ddot{y} = F - cy - mg \quad (1)$$

$F$  は、次式で表される[1] ( $a, b$  は定数)

$$F = \frac{u}{a(y+b)^4} \quad (2)$$

### 2.2 線形化

2.1節で、述べた2式より、テーラー展開を用いて伝達関数を求めると、伝達関数は(3)式になる[1][3]。

$$G(s) = \frac{7.62}{s^2 + 3.5s + 479.4} \quad (3)$$

## 3 H 制御

### 3.1 混合感度問題

目標値追従特性や制御対象のもつ不確かさに対するロバスト安定性の2つの特性は共に重要な特性である。感度低減問題、ロバスト安定化問題を考え、それぞれの問題で重み関数  $W_s, W_t$  をシステムに導入することでこの2つの特性を保有する制御系を設計する。なお、このとき  $w$  から  $W_s, W_t$  までの伝達関数はそれぞれ感度関数  $S$ 、相補感度関数  $T$  といわれており、 $S = \frac{1}{1+PK}$ 、 $T = \frac{PK}{1+PK}$  である。一般化プラントを図2のように決定する。

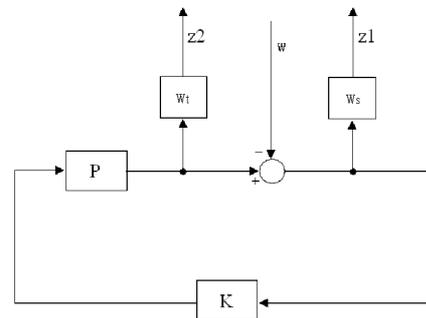


図 2: 一般化プラント

### 3.2 感度低減問題における重み関数 $W_s$ の決定

重み関数を決定するにあたって、重み関数は周波数帯域に応じてそれぞれ大きさを変える必要がある。目標値に対する追従性が強く要求される低周波帯域では、 $S$  を低ゲインにするために、 $W_s$  の大きさを大きくし、高周波帯域では小さくする。重み関数の初期値を、感度関数に対する重み関数を  $W_s = \frac{1000(0.01s+1)}{100s+1}$  と決定する[2]。

### 3.3 ロバスト安定化における重み関数 $W_t$ の決定

ロバスト安定性をシステムに保有させるために、磁気浮上装置を  $2cm$  浮上させた時と  $3cm$  浮上させた時で乗法的誤差  $\Delta G_m$  をつくる。特に、磁気浮上装置は  $F$  が距離の4乗に反比例するため、平衡点が変わると特性変動が大きくなる。よって、 $2cm$  浮上させる時をノミナルプラントとし、そこで設計したコントローラを用い、平衡点を  $3cm$  に移動させた時でも、安定化できるようなコントローラを設計する。重み関数  $W_t = \frac{0.1259s^2 + 0.2518s + 0.1259}{0.03981s^2 + 0.4981s + 1}$  と決定した。この時の  $W_t$  と  $\Delta G_m$  の関係を図3左に示す。また、混合感度問題における周波数重み伝達関数  $W_s, W_t$  を図3右に示す。

### 3.4 コントローラ設計

リカッチ方程式に基づく K.Glover, J.C.Doyle[2] の解法により、コントローラを求めた。

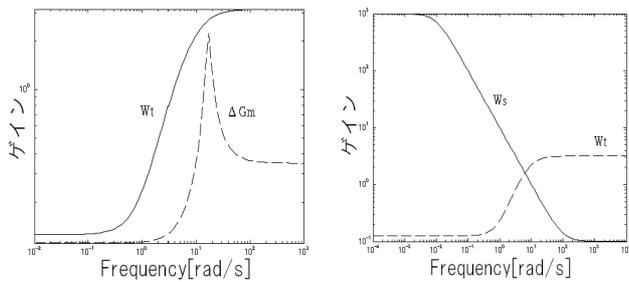


図 3: 左:  $W_t$ と $\Delta G_m$  右: 周波数重み伝達関数1

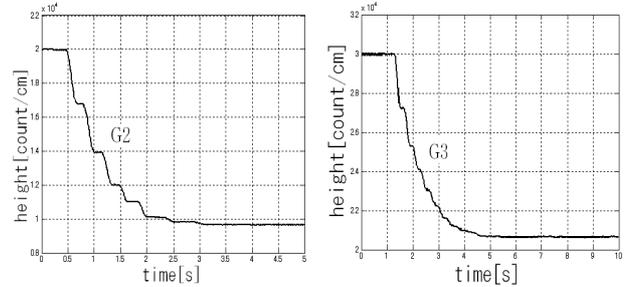


図 5: 実験結果

## 4 シミュレーション・実験結果

### 4.1 シミュレーション

ロバスト性を満たしていることを検証するため、コントローラは同じままで、制御対象である磁気浮上装置に対して、目標値のみを $2\text{cm}$ から $3\text{cm}$ へと変えた。なお $2\text{cm}$ 浮上させるときの伝達関数を $G_2$ とし、 $3\text{cm}$ 浮上させるときの伝達関数を $G_3$ とした。 $W_s$ のゲインを上げるため、値を $W_{1s} = \frac{1000(0.01s+1)}{100s+1}$ 、 $W_{2s} = \frac{2500(0.01s+1)}{100s+1}$ 、 $W_{3s} = \frac{2700(0.01s+1)}{100s+1}$ と変え、シミュレーションを行った。この時の結果を図4に示す。

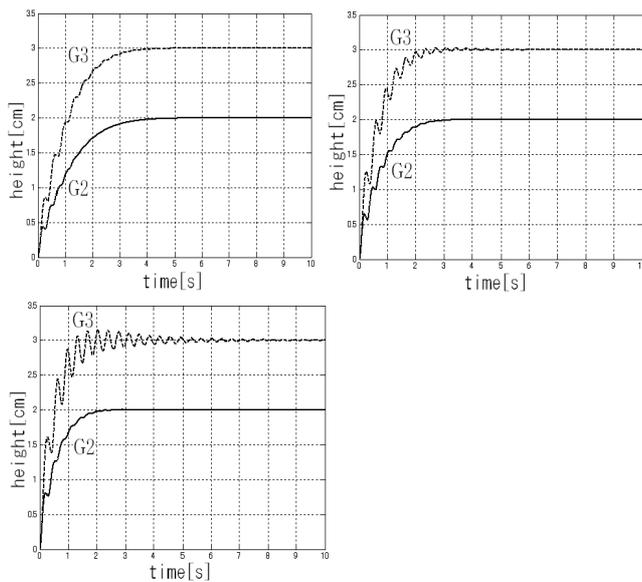


図 4: 左上:  $W_{1s}$ (シミュレーション1) 右上:  $W_{2s}$ (シミュレーション2) 左下:  $W_{3s}$ (シミュレーション3)

### 4.2 考察・比較

ゲインを上げることによって、振動的になるが目標値に追従する時間が早くなることがわかった。 $W_{2s}$ のときが制御性、安定性ともが一番優れている。3つの結果より、シミュレーション2のときの値が目標値に収束させるための限界な値であることがわかる。よって、実験はシミュレーション2の値を用いて行うことにする。

### 4.3 実験

$G_2$ ,  $G_3$ の実験結果を図5に示す。

### 4.4 考察・比較

$G_2$ ,  $G_3$ ともにオフセットが残った。目標値に追従させるため、低周波帯域のゲインを上げた。 $W_s$ の値を $W_s = \frac{2500(0.0001s+1)}{100s+1}$ と変えた。実験結果を図6に示す。

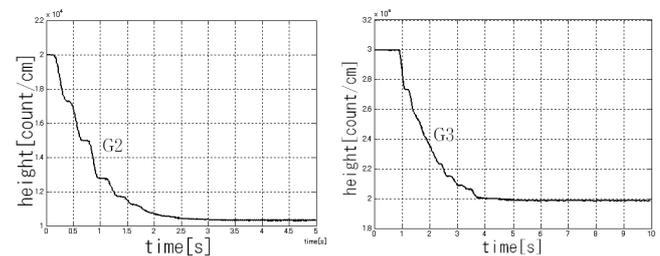


図 6: 左:  $2\text{cm}$ 浮上させた時 右:  $3\text{cm}$ 浮上させた時

### 4.5 考察・比較

$W_s$ の低周波帯域でのゲインをあげることで、オフセットを小さくすることができた。ただ、多少のオフセットは残る。これはスティックスリップと呼ばれる現象のためだと考えられる。

## 5 終わりに

本研究で得られた成果は以下の3つである。

- $H_\infty$ 制御による制御系設計が可能になった。
- 混合感度問題として、定式化し、解決法を得ることができた。特に、感度低減問題、ロバスト安定化問題における重み関数の具体的な与え方を導き出すことができ、その考えを基に、システムを向上させることができた。
- シミュレーション、実験によって安定性と制御性を確認した。

## 参考文献

- [1] 石川和宏,大橋勇太:磁気浮上システムのモデル同定と制御の高度化, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2005)。
- [2] 野波健蔵,西村秀和,平田光男:MATLABによる制御系設計, 東京電気大学出版局(1998)。
- [3] 豊田洋輔:磁気浮上システムのモデル同定と制御の高度化, -古典制御と現代制御からのアプローチ, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2005)。