2自由度PID制御によるタンクシステムの水位制御

2003MM023 今井 崇
指導教員: 高見 勲

1 はじめに

PID制御はプロセス制御系を中心に現場で最も多く使われているフィードバック制御の方式であり，実際現場では約90%が利用している．ところが従来型の1自由度制御系では目標値応答と外乱応答の両方を最適に出来ない場合があった．それに対して2自由度制御系では両方を最適にできることから近年，その重要性が注目されている[2]．本研究では，実験装置は連結タンクシステムとして，2自由度PID制御の有用性を確認することを目的とする．

2 制御対象とモデリング

2.1 制御対象

制御対象である直列タンクシステムを図1に示す．ポンプによってくみ上げられた水は，タンク1へ流れ込む．タンク1から流出した水は，タンク2へ流れ込み，受け皿に流出する．ポンプに印加する電圧を調節することにより，タンク2の水位を制御する．

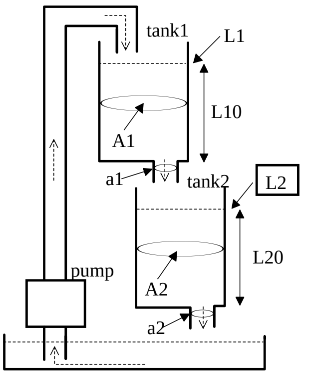

図 1: 直列タンクシステム

2.2 モデリング

タンク1の水位のモデルを示す．

$$\dot{L_1} = -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{\frac{g}{2L_{10}}}L_1 + \frac{K_m}{A_1}V_p \tag{1}$$

タンク２の水位のモデルを示す．

$$\dot{L_2} = -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{\frac{g}{2L_{20}}}L_2 + \frac{a_1}{A_2}\sqrt{\frac{g}{2L_{10}}}L_1 \tag{2}$$

パラメータ値を代入し，PID制御をするために式(1),(2)を伝達関数表現に変換する．

$$P_0(s) = \frac{0.2127}{s + 0.06564} \quad , \quad P_1(s) = \frac{0.06564}{s + 0.06564} \tag{3}$$

3 2自由度PID制御とカスケード制御

3.1 PID制御

PID調節器の一般的な伝達関数は

$$C(s) = K_p + K_i\frac{1}{s} + K_d s \tag{4}$$

と表される．K_pは比例ゲイン，K_iは積分ゲイン，K_dは微分ゲインと呼ばれる．積分項は定常特性を改善し，微分項は速応性を改善する効果をもつ．

3.2 2自由度PID制御

1つのフィードバック制御系に関して，いくつの伝達関数が独立に設定できるかということを制御系の自由度と呼ぶ．2自由度制御系とは，図2のように１つの補償要素以外にほかの補償要素があるもので，それらは互いに独立に調節できる．それにより目標値応答と外乱応答の両方を最適に出来る[2]．

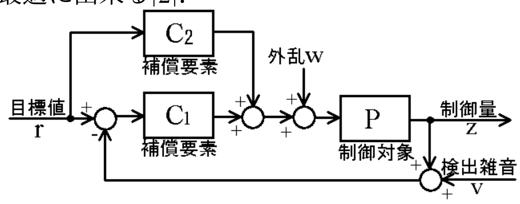

図 2: 2自由度制御系

3.3 カスケード制御

一般的な制御構成に限定する際，測定しフィードバックするのは制御量だけと想定している．制御量以外にも測定できる変数があれば，それも操作量の決定に反映することにより，制御特性の改善が期待できる．そのような工夫のうち，図3の構成を採用するものをカスケード制御という．

カスケード制御の特徴は，外乱wや特性P_0の変動の影響を，それが主制御量に現れる前に，副ループフィードバックによって軽減できること，副ループフィードバックによってP_0部分の速応性を高めることができ，全体としての応答特性を改善されることなどである[2]．

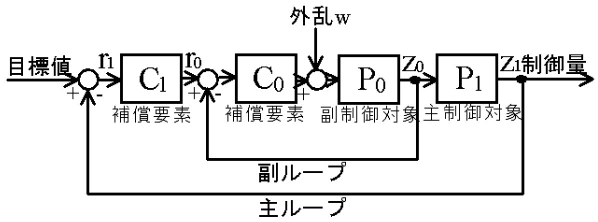

図 3: カスケード制御

4 零点配置法

零点配置法とは目標値R(s)から，制御量Y(s)への伝達関数を

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots\cdot + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

のように分子の3つ項の係数と，分母の最後の3つ項の係数が同じになるように零点を配置する．するとステップ入力，ランプ入力，加速度入力での目標値応答のすべての定常偏差を改善することが可能である．

【定常偏差が改善する理由】

目標値$R(s)$から制御量$Y(s)$への伝達関数を

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \tag{5}$$

とする時，偏差は

$$
\begin{aligned}
E(s) &= \text{目標値}R(s) - \text{制御量}Y(s) \\
&= \frac{s^3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} R(s) \qquad (6) \\
R(s) &= \frac{1}{s}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3} \text{である．} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

ここで最終値定理を用いると，定常偏差が改善する．

$$
\begin{aligned}
\lim_{t\to\infty} e(t) &= \lim_{s\to 0} sE(s) \\
&= \lim_{s\to 0} \frac{s^4}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} R \\
&= \lim_{s\to 0} \frac{0}{a_3} = 0 \qquad (8)
\end{aligned}
$$

5 制御設計

5.1 一般的な1自由度PID制御

まず極配置法を用い，一般的な1自由度PID制御のC_1を求める．

$$C_1(s) = 2.327 + \frac{0.1057}{s} + 12.80s \qquad (9)$$

5.2 カスケード制御

タンク1とタンク2の両方の水位を観測し，カスケード制御を行う．C_0は比例ゲインのみである．

$$C_0(s) = 1 \qquad (10)$$

次に，C_1を5.1章と同様に極配置法で求める．C_1はC_0の特性も考慮して調整する．

$$C_1(s) = 2.645 + \frac{0.2062}{s} + 12.60s \qquad (11)$$

5.3 ステップ応答特化型の2自由度PID制御

次に，ステップ応答のみを考慮しフィードフォワード型のC_2を求める．C_1をなるべく立ち上がりを早くなるように極配置法で設計してから，そのオーバーシュートを抑えるようにC_2を設計する．C_0はカスケード制御と同じにする．まず，C_1の設計をする．

$$C_1(s) = 5.424 + \frac{0.5300}{s} + 16.18s \qquad (12)$$

次に，C_2の設計をする．C_1のみの場合，オーバーシュートが20%以上あるので，それを抑えるようにC_2を次のように与える．

$$C_2(s) = k_{p2} = -3 \qquad (13)$$

5.4 定常偏差改善型の2自由度PID制御

次に，ステップ，ランプ，加速度入力に対する目標値応答の定常偏差をなくすように零点配置法を用い，フィードフォワード型のC_2を設計する．C_0とC_1は上記の4.2節と同一にする．もちろん外乱応答を変えずに目標値応答を望ましい値することが可能である．

$$C_2(s) = 1.308 + 24.63s \qquad (14)$$

6 シミュレーション・実験

図4,5は外乱応答の結果である．カスケード制御によってタンク1への外乱がタンク2に現れる前に副ループフィードバックによって軽減されていることが分かる．図6,7はステップ入力による目標値応答の結果である．2自由度PID制御によって整定時間が約10秒短縮され，オーバーシュートも半分以下になった．図8,9はランプ入力，図10,11は加速度入力による目標値応答の結果である．1自由度PID制御では定常偏差が残ってしまうが，2自由度PID制御によって定常偏差はなくなった．

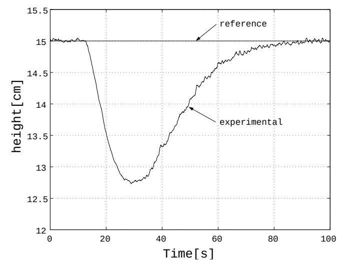

図 4: 1自由度PID制御

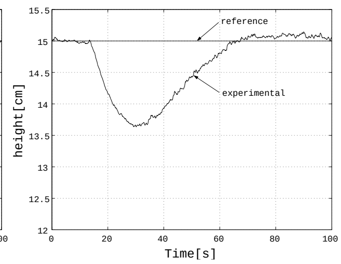

図 5: 2自由度PID制御

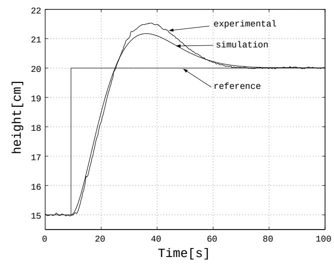

図 6: 1自由度PID制御

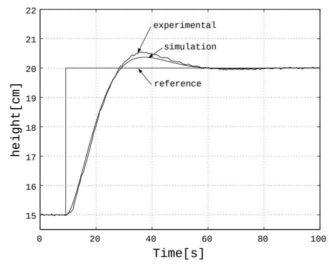

図 7: 2自由度PID制御

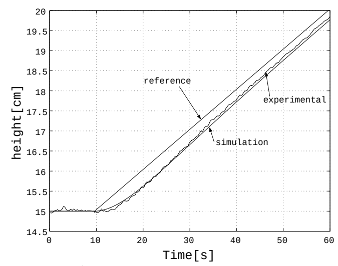

図 8: 1自由度PID制御

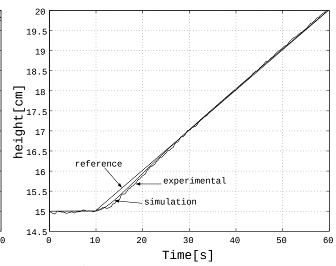

図 9: 2自由度PID制御

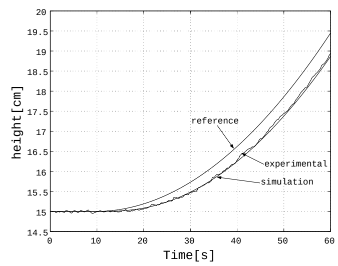

図 10: 1自由度PID制御

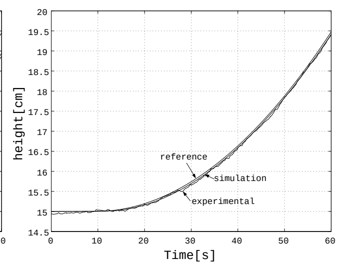

図 11: 2自由度PID制御

7 研究の成果

- 零点配置法などを用いた2自由度PID制御により目標値応答が改善された．
- カスケード制御により外乱の抑制力が強くなった．
- 実器による検証を行った．

参考文献

[1] 連結タンクシステムユーザーマニュアル: http://www.pid-control.com.

[2] 須田信英: PID制御,朝倉書店(1992).