

GAを用いた極配置によるPID制御

2003MM003 安藤貴彦

指導教員: 高見勲

1 はじめに

PID制御は広く普及し活用されていて、現在実用されている制御方式の中で約90%を占めている。又、PIDパラメータは制御系の性能を大きく左右する。従って、PIDパラメータの決定が重要になってくる。

調整方法として、本研究では、高次の制御対象に対して遺伝アルゴリズム(Genetic Algorithm:GA)を用いて極配置を行う。GAはランダム探索法の一つで、生物の遺伝子や進化のメカニズムを模擬したものである。GAでは複数の解候補を個体集合として扱い、世代と共に集合個体を更新させ、世代を十分に経た後では個体集合に最適解を含むようにできると考えられる[2] [3]。この方法を用いることにより極配置を近似する擬似極配置を行い、最適なPIDパラメータが求まる。制御対象として三慣性システムを採用し、提案法の実験、検証する。

2 制御対象

制御対象である三慣性システムの伝達関数 $G(s)$ は式(1)で与えられる。

$$G(s) = \frac{6066666666}{s^6+3.911s^5+5473s^4+15930s^3+5296000s^2+7805000s} \quad (1)$$

3 GAを用いた極配置によるPIDパラメータ決定

GAとは、生物の遺伝機構と自然選択を比較的忠実に模擬して、個体集合による離散的な探索空間での最適化を扱うものである[3]。この方法を用いて、制御対象にPIDコントローラを加えた閉ループ伝達関数の極が希望する極に近似するような最適なPIDパラメータを決定する。

3.1 制約条件

PIDコントローラの伝達関数を式(2)とする。

$$C(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s \quad (2)$$

ゲイン K_p, K_i, K_d を変数とし、制約条件は $0 \leq K_p \leq 0.1, 0 \leq K_i \leq 0.1, 0 \leq K_d \leq 0.01$ とする。

3.2 評価関数

評価関数を式(3)で与える。これは特性方程式 $1+C(s)G(s)=0$ の根である閉ループの極と希望する極の差である。

$$J = \sum_{i=1}^n |p_i - p_i^*| \quad (3)$$

この評価関数式を最小となるように K_p, K_i, K_d を決定する。又、 p_i を特性方程式の根である閉ループの極、 p_i^* を希望する極とする。

三慣性システムでは、 $i = 1, \dots, 7$ 、希望する極は、 $p_1^* = -0.8, p_2^* = -1+1.7j, p_3^* = -1-1.7j, p_4^* = -1.2+1.9j, p_5^* = -1.2-1.9j, p_6^* = -1.5+2j, p_7^* = -1.5-2j$ とする。

3.3 遺伝子表現

遺伝子表現は、各変数 K_p, K_i, K_d を10ビットの2進数で表し、図1のように置く。

$$\begin{array}{c} \underline{1000011110} \mid \underline{1010101000} \mid \underline{1011100111} \\ K_p \qquad \qquad K_i \qquad \qquad K_d \end{array}$$

図 1: 遺伝子表現

次に、遺伝子型の各変数を表現型にする。各変数の10ビットの2進数を10進数にした値を $y_{K_p}, y_{K_i}, y_{K_d}$ とすると、 K_p, K_i, K_d は式(4)となる。

$$K_p = 0.1 \frac{y_{K_p}}{1023}, K_i = 0.1 \frac{y_{K_i}}{1023}, K_d = 0.01 \frac{y_{K_d}}{1023} \quad (4)$$

3.4 評価関数と適応度との対応規則

GAでは、適応度 g の高い個体を次世代に多く残すと共に、低い個体を淘汰する。従って、適応度 g は評価関数 J の値が低いほど高くないなければならない。よって、適応度 g を評価関数 J の逆数とする。

3.5 遺伝演算子

- 選択: 世代 t の個体集合 $P(t)$ 中の各個体 a の適応度 g_a を計算し、その総和 G を求める。このとき、個体 a が確率 g_a/G で含まれるようにした個体集合を $P'(t)$ とする。又、各世代の個体集合の中で最大の適応度を持つ個体をそのまま次世代に残すエリート戦略をする。
- 交叉: 個体集合 $P'(t)$ の個体をランダムに2個ずつ選ぶ。交叉点を一ヶ所選び、交叉率 p_c の確率で交叉点の後の記号列を入れ換えて個体集合 $P''(t)$ を決定する。
- 突然変異: 個体集合 $P''(t)$ の個体の各遺伝子座について、突然変異率 p_m でその遺伝子を反転させる。遺伝子座はランダムに選ぶ。

ここで各パラメータは、世代 $t=1, \dots, 1000$, 個体 $a=1, \dots, 50$, 交叉率 $p_c=0.5$, 突然変異率 $p_m=0.03$ とする。

3.6 探索結果

探索結果は図2となる。

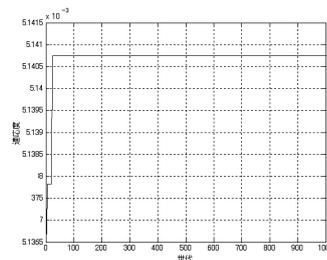


図 2: 探索結果

このように最適適応度は $g=5.1405 \times 10^{-3}$ となる。

そして、極は $-0.6215 \pm 64.9208j$, $-0.0833 \pm 35.3330j$, $-0.9818 \pm 1.6504j$, -0.5379 となる。PIDパラメータは $K_p=0.0412$, $K_i=0.0172$, $K_d=0.0089$ となる。

4 GAの適用方法の改良

4.1 評価関数の改良

実部だけの極が支配極になるので、できるだけ実部だけの極を近似させるように評価関数を決めなければならない。従って、評価関数は式(5)となる。

$$J = \sum_{i=1}^n w_i |p_i - p_i^*|^2 \quad (5)$$

w_i は重み関数を示す。ここで、 w_i は $w_1=100$, $w_2, w_3=10$, $w_4, w_5, w_6, w_7=0.0001$ とする。

4.2 遺伝子演算子の改良

3章のように行くと次のような効率の悪さが起こる。

- (1) 交叉は遺伝子座が右側であるほど入れ換わることになる。したがって K_d の遺伝子はよく入れ換わるが、応答への影響の大きい K_p の遺伝子はあまり入れ換わらない。
- (2) 交叉も突然変異も変数の様々な値を探索するために行われるが、各変数の2進数の下位のビットが変化しても変数の値があまり変わらない。

これを改善するために遺伝子演算を改良する。

最初に(1)を満たすため遺伝子表現を変形する。 K_p, K_i, K_d の2進数の上位のビットを左から順に図3のように置く。

1 0 0 1 0 ... 0 1 1 0
Kd(10) Kd(10) Kd(10) Kd(9) Kd(9) Kd(2) Kd(1) Kd(1) Kd(1)

図 3: 遺伝子表現

次に選択、交叉、突然変異の改良をする。

- 交叉：(2)を満たすため、個体の左側の上位のビットを入れ換えるようにする。従って、交叉点の左側を入れ換えるようにする。
- 突然変異：(2)を満たすため、各変数の上位の5ビットだけ突然変異が起こるようにする。

又、適応度の高い個体を多く残したいので、エリート戦略として適応度の大きい個体を残す数を4つに増やす。

4.3 探索結果

探索結果を図4に示す。

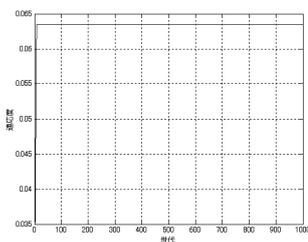


図 4: 探索結果

このように最適適応度は $g = 0.0635$ となる。

この時の極は $p_n = -0.7035 \pm 64.9404j$, $-0.1391 \pm 35.2753j$, $-0.530 \pm 2.3370j$, -0.7157 となる。又、PIDパラメータは $K_p=0.0641$, $K_i=0.0383$, $K_d=0.0080$ となる。よって、希望する極により近似された。

5 シミュレーション, 実験

GAの適用方法の改良前のシミュレーションを図5, 改良後のシミュレーションを図6に示す。I-PD制御で行う。

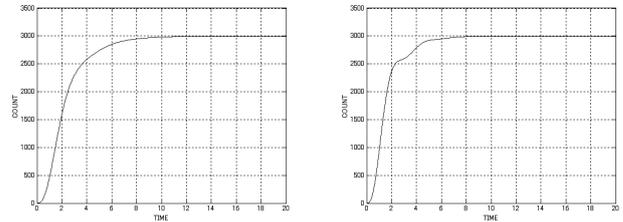


図 5: 改良前シミュレーション 図 6: 改良後シミュレーション

このように、改良後のほうが立ち上がり時間が早く、収束時間も早く、性能が向上したことが分かる。

又、GAの適用方法の改良後のPIDパラメータを用いて実験を行うと図7となる。

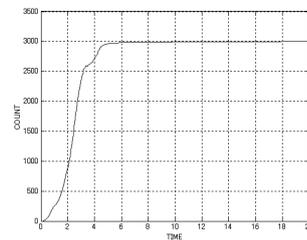


図 7: 実験

このようにシミュレーションと実験の結果を比較してみると、立ち上がり時間が遅いが、整定時間はほぼ同じであり目標値に追従しているのである程度満足のいく結果になった。よって、GAを用いた極配置によって求めたPIDパラメータは妥当であるといえる。

6 おわりに

本論文では、PIDパラメータ決定問題をGAによる擬似極配置として定式化した。又、GAの適用方法の改良として、PIDパラメータ K_p, K_i, K_d と遺伝子との対応方法、交叉、突然変異の方法の改良を行い、探索の効率の悪さを改善し、極配置を改善した。そして、実験、シミュレーションによる手法の有効性の検証を行った。

参考文献

- [1] 須田信英：PID制御，朝倉書店（1992）
- [2] 山本透, 満倉靖恵, 兼田雅弘：遺伝的アルゴリズムを用いたPID制御器の一設計，計測自動制御学会論文集，Vol.35 No.4, pp.531-537（1999）
- [3] 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司：遺伝アルゴリズムと最適化，朝倉書店（1998）。