

# 焼き鳥(陳腐化する食品)の在庫管理

2003MM115 若松厚志

指導教員:澤木勝茂

## 1 はじめに

飲食店では在庫管理が行われている。まず材料となる食材を購入する際に発生する購入コストがある。そして、その材料を保管する際にかかる在庫管理コスト。食品は時間の経過により材料の品質の低下を招く陳腐化が起こる。それより材料を処分しなければならない場合の処分コストがある。本論文ではそれらを考慮に入れることにより期待利得の最大化を目指し、最適発注量を決定する。2ヶ月間(9月,10月)の居酒屋発注データをもとに、賞味期限が一日の陳腐化商品における利益最大化を目的とした最適発注政策を考察する。発注量データ、在庫量データ、需要量データをもとに最適経済発注量、期待利得を求めていく。

## 2 在庫管理モデル(1品種)

### 2.1 記号の説明

$a$ : 焼き鳥の利益,  $b$ : 焼き鳥の原価,  $s$ : 焼き鳥の品切れ損失,  $x$ : 焼き鳥の発注量,  $y$ : 焼き鳥の需要量,  $1-r$ : 値引率,  $e(x, y)$ : 利益,  $E(x)$ : 期待利得,  $P(y)$ : 第一期間における需要分布,  $(x' = x - y)$ : 第一期間の売れ残り,  $y'$ : 第二期間における需要,  $Q(y')$ : 第二期間における需要分布,  $h$ : 焼き鳥の保管費

### 2.2 基礎モデルの定式化

本節では利益の最大化を図る目的から、新聞売子の問題を元に、焼き鳥の最適発注数を考える。焼き鳥が一本売れると $a$ 円の利益があるが、一本売れ残ると $b$ 円の損失となり、売れ残りはすべて廃棄処分する。このとき利益 $e(x, y)$ は、

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - b(x - y) & (x \geq y) \\ ax - s(y - x) & (x \leq y) \end{cases}$$

以上から $E(x)$ を最大にする経済発注量は、次の解である。

$$\begin{cases} E(x) - E(x - 1) \geq 0 \\ E(x + 1) - E(x) \leq 0 \end{cases}$$

よって最適経済発注量は、

$$\sum_{y=0}^{x-1} P(y) \leq \frac{a+s}{a+b+s}, \sum_{y=0}^x P(y) \geq \frac{a+s}{a+b+s}$$

を満たすものとなる。

### 2.3 二段に分けた場合のモデル

ここでは第一期間に売れ残ったものを在庫として保管して、第2期に繰り越された在庫を値引商品として販売するモデルを考察する。これを定式化して値引率が $(1-r)$ の場合の最適発注個数を求める。また、翌日にも売れ残ったものは廃棄処分するものとする。

### 2.4 二段階モデルの定式化

需要分布 $P(y), Q(y')$ に対して、期待利得 $E(x, x')$ は、

$$E(x, x') = \sum_{y=x}^{\infty} \{ax - b(y-x)\}P(y) + \sum_{y=0}^{x-1} \sum_{y'=x'}^{\infty} \{ay + arx' - s(y'-x')\}P(y)Q(y') + \sum_{y=0}^{x-1} \sum_{y'=0}^{x'-1} \{ay + ary' - b(x'-y')\}P(y)Q(y')$$

よって $E(x, x')$ を最大にする経済発注量は、

$$\begin{cases} \sum_{y=0}^{x-1} P(y)(ar + b + s) \sum_{y'=0}^{x'-1} Q(y') - a(r-1) \leq a + s \\ \sum_{y=0}^x P(y)(ar + b + s) \sum_{y'=0}^{x'} Q(y') - a(r-1) \geq a + s \end{cases}$$

である。

### 2.5 数値計算

二つのモデルに対し、実際の数値を代入して、経済発注量と期待利得を計算する。

表 1: 基礎モデル( $a=30, b=50$ )

品切れ損失	最適発注量( $x_{opt}$ )	期待利得( $E(x)$ )
0	50	91.785
20	50	79.285
40	70	66.785

表 2: 二段階モデル( $a=30, b=50, h=2$ )

値引率 ( $1-r$ )	品切れ損失 ( $s$ )	経済発注量 ( $x, x'$ )	期待利得 ( $E(x)$ )
0	0	(50,70)	105.8249
0	20	(50,90)	79.8782
0	40	(70,110)	53.9216
0.3	0	(50,30)	104.3873
0.3	20	(50,40)	78.4306
0.3	40	(70,40)	52.4740

### 2.6 考察

基礎モデルでは品切れ損失が少ないほど利益は高く、また二段階モデルに関しても同様の事が言える。値引販売することによって同じような利益を得ることができる。しかし、一本単位の値段も安く、値引販売には向かないということがいえる。

### 3 在庫管理モデル(2品種)

前節では、賞味期限が1日の陳腐化商品1品種のみを対象としたので、ここでは需要関係がある2種類の商品について考える。一般的に食物を食べるときは飲み物を飲むという事を行う。そこで、やきとりと生ビールをあげ、2商品のつながりと消費者のメリットを考慮し、利益の最大化を目的とした最大発注量を考察する。

#### 3.1 記号の説明

$a$  : 焼き鳥の利益,  $b$  : 焼き鳥の原価,  $c$  : 焼き鳥の品切れ損失,  $x_A$  : 焼き鳥の発注量,  $y_A$  : 焼き鳥の需要量,  $s$  : 生ビールの利益,  $t$  : 生ビールの原価,  $u$  : 生ビールの品切れ損失,  $x_B$  : 生ビールの発注量,  $y_B$  : 生ビールの需要量,  $v$  : 生ビールの在庫保管費,  $z$  : 生ビールの繰り越し量,  $P(y_A)$  : 焼き鳥の需要分布,  $P(y_B)$  : 生ビールの需要分布,  $x_C$  : 焼き鳥と生ビールの両方の発注量,  $y_C$  : 焼き鳥と生ビールの両方を購入する人の需要

#### 3.2 独立モデルの定式化

焼き鳥と生ビールの需要は、それぞれ独立であり、発注量は $y_A, y_B$ とし、需要分布は $P(y_A), P(y_B)$ とする。期待利得を最大にする経済発注量は次の解である。

$$\begin{cases} \sum_{y_A=0}^{x_A-1} P(y_A) \leq \frac{a+c}{a+b+c}, \sum_{y_A=0}^{x_A} P(y_A) \geq \frac{a+c}{a+b+c} \\ \sum_{y_B=0}^{x_B+z-1} P(y_B) \leq \frac{s+u}{s+u+v}, \sum_{y_B=0}^{x_B+z} P(y_B) \geq \frac{s+u}{s+u+v} \end{cases}$$

となる。

#### 3.3 従属モデルの定式化

焼き鳥のみを購入する人はいないとし、焼き鳥と生ビールの両方を購入する人に対してサービスとして、生ビール(1-r)の値引率で販売する。独立モデルと同様に焼き鳥は一日で処分し、生ビールは日持ちするので売れ残りは次期に繰り越す。需要分布は、両方を購入する人 $P(y_C)$ 、生ビールのみを購入する人 $P(y_B)$ に従うとするが、お茶を購入する人のうちkパーセントは両方購入している。

$y_C = \frac{k}{100} y_B$  が成り立つとする。期待利得は

$$\begin{aligned} E(x_B+z, x_C) &= \sum_{y_C=x_C}^{\infty} \sum_{y_B=x_B+z}^{\infty} [[a + \{(s+t)r - t\}] x_C \\ &\quad - (c+u)(y_C - x_C) + s(x_B+z) \\ &\quad - u\{y_B - (x_B+z)\}] P(y_B)P(y_C) \\ &\quad + \sum_{y_C=x_C}^{\infty} \sum_{y_B=0}^{x_B+z-1} [[a + \{(s+t)r - t\}] x_C \\ &\quad - (c+u)(y_C - x_C) + sy_B \\ &\quad - v\{(x_B+z) - y_B\}] P(y_B)P(y_C) \\ &\quad + \sum_{y_C=0}^{x_C-1} \sum_{y_B=x_B+z}^{\infty} [[a + \{(s+t)r - t\}] y_C - (b+v)(x_C - y_C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ s(x_B+z) - u\{y_B - (x_B+z)\}] P(y_B)P(y_C) \\ &+ \sum_{y_C=0}^{x_C-1} \sum_{y_B=0}^{x_B+z-1} [[a + \{(s+t)r - t\}] y_C - (b+v)(x_C - y_C) \\ &+ sy_B - v\{(x_B+z) - y_B\}] P(y_B)P(y_C) \end{aligned}$$

の解となる。

#### 3.4 数値計算

表 3: 独立モデル(a=30,b=50,s=150,t=250,v=10)

品切れ損失 (c, u)	経済発注量 (x_A, x_B)	期待利得 (E(x_A, x_B))
(0,0)	(50,160)	51.5497
(20,150)	(50,170)	48.7021
(40,300)	(70,180)	45.8545

表 4: 従属モデル(k=70,a=30,b=50,s=150,t=250,v=10)

値引率 (1-r)	品切れ損失 (c, u)	経済発注量 (x_A, x_B)	期待利得 (E(x_A, x_B))
1.0	(0,0)	(150,160)	82.3399
1.0	(20,150)	(160,170)	74.0688
1.0	(40,300)	(170,170)	65.8227
0.7	(0,0)	(150,160)	63.0184
0.7	(20,150)	(170,170)	54.9081
0.7	(40,300)	(170,170)	46.5012

#### 3.5 考察

独立モデルと従属モデルともに品切れ損失が大きくなると期待利得が小さくなるという結果を得た。従属モデルでは生ビールを購入する人の70パーセントの人が焼き鳥を購入していた。それより、従属関係モデルの方が期待利得が大きくなるという結果が得られた。

### 4 おわりに

本論文では焼き鳥の発注政策の利益最大化という点から議論してきた。焼き鳥は1本あたりは利益が少なく値引には見合わない商品であるが、一番のメイン商品であり、利益もあり売り上げに貢献している。また生ビールもメイン商品である。今回は秋のデータを使用したけど、もっともビールの需要が多い季節、需要の少ない季節、曜日、立地条件も考慮することでより、飲食店における発注政策というものが見えてくるといえるであろう。

#### 参考文献

- [1] 小和田 正, 澤木勝茂, 加藤豊: OR入門, 実教出版, 1984.
- [2] 西谷和也: 1995年卒業論文要旨集 p90-91 日持ちしない商品(食品)の在庫管理