コンビニにおけるパンの最適発注量

2003MM094 早田義也
指導教員: 澤木勝茂

1　はじめに

現在，コンビニエンスストアは24時間利用でき，多くの人々に利用されている．そのため商品は常に店頭にある状態が望ましいが，陳腐化商品の充実とバランスを考えての発注はとても難しい．特に陳腐化商品の中でもパンの発注は様々な条件を考えなければいけない．

本論文では，パンのいくつかある商品の中から2個セットで購入した場合，割引される商品11種類について，利益の最大化，最適在庫量の2つの観点で経済発注量を考察する．

2　利益最大化モデル(離散型)

新聞売り子の問題を用いて，利益を最大化する1日の経済発注量を求める．ここでは，2個セットで購入すると割り引かれる商品11種類の中から2つの商品を選び，それぞれを商品A，商品Bとして考える．その際，商品Aについてのみ考え，商品Bについては品切れしないものとして考える．

aは商品Aが1個売れたときの利益，bは商品Bが1個売れたときの利益，αは2個セットで購入したときの割引率とすると，次の確率を考えることができると共に，それぞれの場合の利益・損失をa, b, αを使って求めることができる．

- P：商品Aも買い商品Bも買う確率 $\rightarrow (a+b)\alpha$の利益
- Q：商品Aが品切れのとき商品Bを買う確率 $\rightarrow b-a$ の利益（損失)
- $1-P$：商品Aだけを買う確率 $\rightarrow a$ の利益
- $1-Q$：商品Aも商品Bも買わない確率 $\rightarrow c_1$ の損失

2.1　定式化

c_1は商品Aの品切れコストとし，c_2はAの売れ残りコストとすると，発注量がx，需要量がyのとき利益$e(x,y)$は

$$e(x,y)=\begin{cases} (a+b)\alpha Px+a(1-P)x \\ \qquad +(b-a)Q(y-x)-c_1(1-Q)(y-x) \\ \hfill (x\le y) \\ (a+b)\alpha Py+a(1-P)y-c_2(x-y) \\ \hfill (x\ge y) \end{cases}$$

と与えられる．この場合，需要は確率変数であり，需要分布$p(y)$に従っているので，このときの期待利得$E(x)$は

$$E(x)= \sum_{y=x+1}^{\infty}[(a+b)\alpha Px+a(1-P)x+(b-a)Q(y-x) -c_1(1-Q)(y-x)]p(y) +\sum_{y=0}^{x}[(a+b)\alpha Py+a(1-P)y-c_2(x-y)]p(y)$$

また$E(x)$を最大にする経済発注量x_{opt}は

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x}p(y)\ge \dfrac{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)}{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)+c_2} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1}p(y)\le \dfrac{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)}{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)+c_2} \end{cases}$$

を満たすxである．

2.2　数値計算

2個セットで買うと割り引きされるパン11種類の中から，売り上げの高いデーニッシュドーナツ(原価37円)と粒あんパン(原価36円)について考察する．ここで，確率P，Qは，客観的に決めることができないので，それぞれ変化させ，実際の需要データをもとに経済発注量を算出する．

$a\le b$ の場合，$P=1, Q=0$のとき，最大で0.626891となり，経済発注量は6単位で，$E(6)=64.81111$より，利益は$64.8111*60=3888.666$円，経済発注量は11個になる．

$a\ge b$ の場合，$P=1, Q=0$のとき，最大で0.636975となり，経済発注量は5単位で，$E(5)=35.23333$より，利益は$35.23333*60=2113.9998$円，経済発注量は9個になる．

2.3　考察

利益について考えると，$a\le b$の場合の方が$a\ge b$の場合よりも1774.6662円利益が多くなった．

3　利益最大化モデル(連続型)

考えている対象が連続量の場合を考える．需要量yは連続量で確率密度関数$f_Y(y)$に従っているので，発注量xのときの期待利得$E(x)$は，

$$E(x)= \int_0^x[(a+b)\alpha Py+a(1-P)y-c_2(x-y)]f_Y(y)dy +\int_x^{\infty}[(a+b)\alpha Px+a(1-P)x+(b-a)Q(y-x) -c_1(1-Q)(y-x)]f_Y(y)dy$$

経済発注量x_{opt}は，

$$\int_0^x f_Y(y)dy= \frac{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)}{(a+b)\alpha P+a(1-P)-(b-a)Q+c_1(1-Q)+c_2}$$

の解である．

3.1 需要の特定化(一様分布)

区間$(0,q)$ $(0 \geq q)$で一様に分布しているとすれば,

$$\frac{x}{q} = \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q)}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q) + c_2}$$

したがって,最適発注量x^*は,

$$x^* = \frac{[(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q)] * q}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q) + c_2}$$

3.2 需要の特定化(指数分布)

非負の確率変数Yは指数分布にしたがうとすれば,

$$1 - e^{-\frac{x}{\mu}} = \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q)}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q) + c_2}$$

したがって,最適発注量x^*は,

$$x^* = \mu \log \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c_1(1-Q) + c_2}{c_2}$$

3.3 数値計算

P	Q	x^*(一様)	P	Q	x^*(指数)
1	0	6.268906974	1	0	5.140372
1	0.5	5.75552576363	1	0.5	4.640766817
0.5	1	4.484471406	0.5	1	3.843948999
0	1	3.7288813559	0	1	3.535209571

3.4 考察

この結果より,確率PとQによって差が生じ,利益は確率Pが大きいほど,また確率Qが小さいほど大きくなった.

4 連続型確率的在庫モデル

5 モデルの説明

このモデルは,前に述べたモデルの需要が連続的で確率的な場合を取り上げ,販売商品が特定時期の需要を満たすために一度だけ発注される一期モデルについて考察する.このモデルの発注量は期首に即時的に満たされるものと仮定する.

6 モデルの定式化

期首在庫量をz,ペナルティーコストをc, 繰り越し在庫量をr, 在庫維持費をhとしたときの利益$e(z,y)$は

$$E(e(z,y)) = \int_0^z [(a+b)\alpha Py + a(1-P)y - h(z-y)] f_Y(y)dy + \int_z^\infty [(a+b)\alpha Pz + a(1-P)z + (b-a)Q(y-z) - c(1-Q)(y-z)] f_Y(y)dy$$

最適在庫量z^*は,

$$\int_0^z f_Y(y)dy = \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q)}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q) + h}$$

の解である.

6.1 需要の特定化(一様分布)

区間$(0,q)$ $(0 \geq q)$で一様に分布しているとすれば,

$$\frac{z}{q} = \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q)}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q) + h}$$

$z^* = r + x^*$より,

$$x^* = \frac{[(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q)] * q}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q) + h} - r$$

6.2 需要の特定化(指数分布)

非負の確率変数Yは指数分布にしたがうとすれば,

$$1 - e^{-\frac{z}{\mu}} = \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q)}{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q) + h}$$

$z^* = r + x^*$より,

$$x^* = \mu \log \frac{(a+b)\alpha P + a(1-P) - (b-a)Q + c(1-Q) + h}{h} - r$$

6.3 数値計算

P	Q	x^*(一様)	P	Q	x^*(指数)
1	0	7.688311612	1	0	8.180337819
1	0.5	7.616613303	1	0.5	6.892892488
0.5	1	7.376623224	0.5	1	4.697345931
0	1	7.166666667	0	1	3.774038552

6.4 考察

確率P,Qを変化させても,経済発注量x^*は一様分布では差があまりなかったが,指数分布では差が大きく生じた.また,μの値を大きくすると,その差も大きくなった.

7 おわりに

本論文では,パンを2個セットで購入すると割り引きされる商品について,利益の最大化,最適在庫量という2つの観点で経済発注量を考察した.しかし,今回求めた最適経済発注量は,確率P,Qの値を推測した上での値であり,確率P,Qはあらゆる条件によって左右される.天候であったり,曜日であったり,陳列方法であったり等,条件としてはまだまだ考えられる.パンの最適経済発注量を導くためには,それらの条件をさらに深く考える必要があるだろう.

参考文献

[1] 加藤豊,澤木勝茂,小和田正:『OR入門』,実教出版 (1984).

[2] 東原史浩,斎藤篤志:『コンビニエンスストアにおけるおにぎりの最適発注量』, 南山大学卒業論文 (2003年度).

[3] 森信宏:『カフェにおける在庫管理モデル-陳腐化商品の最適発注量-』, 南山大学卒業論文 (2005年度).