ワールドカップにおけるシュートの最適戦略

2003MM036 梶間章弘　2003MM118 山田健太
指導教員: 澤木勝茂

1　はじめに

ジーコ前監督が率いた日本代表は, 2006年ワールドカップドイツ大会において1分2敗(得点2 失点7)と予選グループ敗退で終わった. 大会前から, システムの不統一, 極度の得点力不足の二つの点が問題視されていた. サッカーというスポーツは相手より得点を奪い, 相手の得点を防ぐことが勝利につながる. そのためにはどのようなシステムが有効なのか, オフェンスはどのように得点を奪うか, ディフェンスはどのように防ぐかが重要である. 本研究ではディフェンスとオフェンス, 双方それぞれにとって有効戦略な数学モデルを作成し, 実際のデータを用いて有効性を調べる.

1.1　研究方針

本論文では, システム, ゾーン, パス回数を考慮し, 意志決定論の期待値基準を用いて期待値の最大, 最小を求め, フォーメーションを決定する. 次にシュートを打つ選手がゴールのどこに蹴ったのか, ゴールキーパーはどこに反応したかをモデル化し, システム, ゾーンの各々の戦略をゲーム理論を用いて考察する. シュートを打つ選手とゴールキーパーそれぞれの期待利得を最大, 最小にする線形計画法をつくり混合戦略を求める.

1.2　データについて

今回使用したデータは2002年日韓ワールドカップ(64試合), 2006年ドイツワールドカップ(64試合)2大会合わせて128試合である. ただし, データは独自にテレビ(2006年6月9から7月9日)で収集し, 足りない部分はDVD, インターネットを通し収集したものであり, 他のデータとは相違する点が存在する.

シューターがシュートをするエリアを図1のように6個のゾーンに分けた. エリアはそれぞれキッカーから見て, ゾーン1(PA内左), ゾーン2(PA内真中), ゾーン3(PA内右), ゾーン4(PA外左), ゾーン5(PA外右), ゾーン6(PA外中)とする.

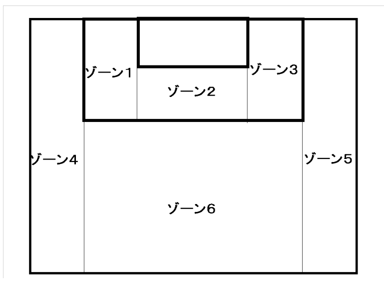

図 1: シュートエリアゾーンの図

2　フォーメーション決定

サッカーの勝ち戦略についてフォーメーションは重要な要素になると考えられる. フォーメーションの組み方はチームによって多様である. 大会参加全チームのフォーメーションから最適なフォーメーションを導き出す.

2.1　アプローチ

期待値基準を用いて, 最適フォーメーションを導く.
その意思決定は次のように表せる.

$$\sum_{i=1}^{4} c(a,i)P_i$$

各記号の定義を以下で与える.
a ： 選択したフォーメーション(縦項目)
c ：aを選択した時の利得
i ： シュートまでに関わった人数(横項目)
$c_{(a,i)}$ ： 行動aを選択し状態iの利得
P_i ： シュートまでいく確率

また, 状態確率の条件は

$$\sum_{i=1}^{4} P_i = 1$$

とし, この条件の上で利得表を作成し考察をおこなう.

2.2　手順

- 横軸：相手からボールを奪い, 味方間でのパス経由人数をカウントする. 経由人数 1〜2人 = [1], 3〜4人 = [2], 5〜6人 = [3], 7人以上 = [4]と4段階を決める.
- 縦軸：最終的にシュートに至った場合, シュートした位置を1〜6のゾーンに分けカウントする.
- フォーメーションごとでデータ数の差が生じた為, カウントの価値を均等にするようカウント数を割合に直す.
- 状態確率P_iを求める.
- 結果(期待値)を求める.
- FW, DF各々の判断基準で最適なフォーメーションを決定する.

2.3　定義

サッカーのポジションは後ろからゴールキーパー(GK), ディフェンダー(DF), ミッドフィールダー(MF), フォワード(FW)の4種類に分けられる. DFは主に後方で守備をおこなう選手, FWは主に前線で攻撃をおこなう選手である. 以降このDF, FWという言葉を用いる. 現代サッカーのフォーメーションにおいてはDFは3, 4人構成, FW1〜

3人構成が主流である．今回においてもこれらの構成で成り立っている．これからFW対DF, 逆にDF対FWの対戦結果から意志決定を行う．その決定は以下の5つのパターンである．

- $DF4$対$FW1$, $FW2$, $FW3$
- $DF3$対$FW1$, $FW2$, $FW3$
- $FW1$対$DF3$, $DF4$
- $FW2$ 対 $DF3$, $DF4$
- $FW3$ 対 $DF3$, $DF4$

2.4 FW構成決定

$DF4-FW1, 2, 3$の利得表を作成し, 考察を行う．

表 1: DF4-FW1, 2, 3 利得表

$a\backslash i$	1	2	3	4	結果
DF4-1(1)	0.026	0	0.026	0	0.015
DF4-1(2)	0.308	0.256	0.180	0.026	0.238
DF4-1(3)	0	0	0	0	0
DF4-1(4)	0	0	0	0	0
DF4-1(5)	0	0	0	0	0
DF4-1(6)	0.103	0.026	0.026	0.026	0.059
DF4-2(1)	0.019	0.031	0.012	0.012	0.021
DF4-2(2)	0.241	0.228	0.130	0.105	0.204
DF4-2(3)	0.012	0.012	0.019	0	0.012
DF4-2(4)	0	0	0	0	0
DF4-2(5)	0.012	0.012	0.006	0	0.010
DF4-3(6)	0.062	0.049	0.031	0.006	0.047
DF4-3(1)	0	0.083	0	0	0.025
DF4-3(2)	0.376	0.292	0.042	0.083	0.265
DF4-3(3)	0	0	0	0	0
DF4-3(4)	0	0	0	0	0
DF4-3(5)	0	0	0	0	0
DF4-3(6)	0.125	0	0	0	0.054

表1は, $DF4$を固定しFW構成を変化させた表である．FW構成の優劣を考察する結果なので数値は大きい値が有効のフォーメーション構成と考える．

右縦枠(結果)より, この中で最大値は

$$\sum_{i=1}^{4} c(14(DF4-3)), i)P_i = 0.265$$

となる．ゾーン1, 2, 6のいずれも$FW1$, 2より$FW3$が最適となった．
対$DF4$においては全ゾーンからのシュートがあるFW2の構成が有効とも考えられるが, 意志決定より$FW3$構成が有効である．期待値基準の結果で判断すると$DF4$構成に関して言えば, $FW3$構成かつゾーン2からのシュートが一番有効的である．
以下同様にして4つの場合についても考察を行う．その結果は次の通りである．

- **表1(DF4-1, 2, 3)**
- 期待値基準-$FW3$が有効
- max-min基準-$FW3$が有効
- **(DF3-1, 2, 3)**
- 期待値基準-$FW3$が有効
- max-min基準-$FW3$が有効

2.5 DF構成決定

またDF構成決定に関しても考察を行う．

- **(FW1-3, 4)**
- 期待値基準-$DF4$が有効
- min-max基準-$DF4$が有効
- **(FW2-3, 4)**
- 期待値基準-$DF4$が有効
- min-max基準-$DF4$が有効
- **(FW3-3, 4)**
- 期待値基準-$DF3$が有効
- min-max基準-$DF3$が有効

2.6 考察

これらより, 最適フォーメーションは4-3-3と決定された．相手との相性はあるが, DFに関して言えばできるだけ失点を減らすと言う観点から4人構成を導き出し, DFとの相性, FWとして得点を入れる観点から3人の構成を導き出した．
よって, 残りの中盤構成はサッカーは11人により$GK1$人, $DF4$人, $MF3$ 人, $FW3$人というのが最大の利得となる．

3 ゲームの理論による戦略分析

この章では, シュート時のシューターとゴールキーパー, 両者の戦略をゲーム理論を用いて考察する．シュートを打つ選手とゴールキーパーの期待利得を最大, 最小とする．次に各プレイヤーの利得を求め, 純粋戦略か混合戦略を求める．シューターとゴールキーパーの2人零和ゲームを考え, シューターがどのコースに蹴るのが最適か, ゴールキーパーがどのコースを選択するのが最適かを混合戦略を用いて解く．

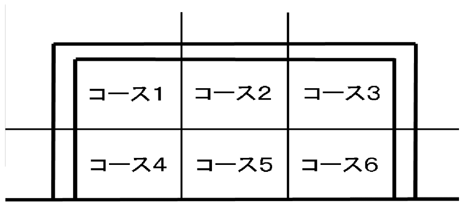

図 2: ゴールの位置座標

コースはそれぞれキッカーから見て，1(ゴール左上), 2(ゴール真中上), 3(ゴール右上), 4(ゴール左下), 5（ゴール真中下), 6(ゴール右下)とし，コース別にゴールの枠(ゴールポストも含む)を外さない確率を計算する．はじめに, キッカーがコース別にゴールの枠を外す確率を計算し

た. 次に, シュートを蹴る選手が各コースを狙ったときに, ゴールの枠を外さない確率 (1ー（枠を外す確率))を求めた.
結果は以下のようになる.

表 2: コース別に枠を外さない確率(ゴールキーパーがコース1に反応した時)

コース	1	2	3	4	5	6
全体	0.273	0.400	0.347	0.617	0.909	0.459
3バック	0	0	0.667	0.692	1.000	0.750
4バック	0.273	0.400	0.300	0.603	0.895	0.424

3.1 定義

各記号の定義を以下で与える．
P_1: シュートを打つ選手（プレイヤーI)
P_2: ゴールキーパー（プレイヤーII)
i: シューターがボールを蹴るコース($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)
j: ゴールキーパーが反応するケース($j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)
(ゴールキーパーの視点でそれぞれ左上, 左下, 中上, 中下, 右上, 右下に反応)
x_i: P_1がコースiにボールを蹴る確率
y_j: P_2がコースjを選択する確率
c_{ij}: P_1がコースiにボールを蹴り, P_2がケースjを選択した場合のゴールする確率(利得)
V_1: P_1の利得
V_2: P_2の利得

(P_1の期待利得)

$$w_1 = \max_x \left\{ \min\left[\begin{array}{ccc} \sum_{i=1}^{6} c_{i1}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i2}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i3}x_i \\ \sum_{i=1}^{6} c_{i4}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i5}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i6}x_i \end{array} \right] \right\}$$

(P_2の期待利得)

$$w_2 = \min_y \left\{ \max\left[\begin{array}{ccc} \sum_{j=1}^{6} c_{1j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{2j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{3j}y_j \\ \sum_{j=1}^{6} c_{4j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{5j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{6j}y_j \end{array} \right] \right\}$$

$$v_1 = \min \left\{ \begin{array}{ccc} \sum_{i=1}^{6} c_{i1}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i2}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i3}x_i \\ \sum_{i=1}^{6} c_{i4}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i5}x_i, & \sum_{i=1}^{6} c_{i6}x_i \end{array} \right\}$$

$$v_2 = \max \left\{ \begin{array}{ccc} \sum_{j=1}^{6} c_{1j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{2j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{3j}y_j \\ \sum_{j=1}^{6} c_{4j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{5j}y_j, & \sum_{j=1}^{6} c_{6j}y_j \end{array} \right\}$$

P_1がコースiにボールを蹴って, P_2がコースj を選択した場合のP_1の得点となる確率(利得)は(P_2のシステム, P_1のコース別成功率)×(P_1が枠内にボールを蹴る確率(コース別))で求める.

3.2 線形計画法による解法

ミニ・マックス定理よりどんなゲームに対してもプレイヤーI, プレイヤーIIにとって

$$\begin{aligned} w^* &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_i^* y_j^* = w_1^* \\ &= w_2^*(i = 1, 2, 3, ...m)(j = 1, 2, 3, ...n) \end{aligned}$$

となるような最適な混合戦略x^*とy^*が存在する.

P_1にとっての最適な混合戦略を求める線形計画法は次のようになる.

$$\max v_1$$

$$制約条件: \sum_{i=1}^{6} c_{ij}x_i \geq v_1, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

また, P_2にとっての最適な混合戦略を求める線形計画法は次のようになる.

$$\min v_2$$

$$制約条件: \sum_{j=1}^{4} c_{ij}y_j \leq v_1, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

$$\sum_{j=1}^{6} y_j = 1, y_j \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

3.3 計算結果

まず最もシュートが多いゾーン2, ゾーン6において3バック, 4バック, 全体のそれぞれの利得を求める. ただし, P_1の正面である戦略ゾーン2, 5を省きコース1, コース3, コース4, コース6として検証する. 次に最適フォーメーションである4バックにおいてゾーン1, ゾーン3, ゾーン4, ゾーン5のそれぞれの利得を求める. ただしそれぞれの正面にあたるコースは省く. ゾーン1, ゾーン4の場合, コース2, コース3, コース5, コース6, ゾーン3, ゾーン5の場合, コース1, コース2, コース4, コース5として検証する. P_2も同様に正面を省いた戦略をおこなう. P_1にとってのc_{ij}を計算し利得表を作成する.

3.3.1 4バック ゾーン1 (P_2がゴール左にいる場合)

利得表(P_1がシュートを打った時にゴールとなる確率)は表3のようになる.

表 3: P_1,P_2の利得表

4バック(ゾーン1)

P_1/P_2	2	3	5	6
2	0.03681	0.016667	0.021429	0
3	0.004225	0.025946	0.017143	0.025
5	0.137652	0	0.093094	0.12201
6	0	0.013054	0.022476	0.059516

求められた利得表より, 混合戦略となりゲームは非安定である. そこで線形計画法を用いると
X_2=0, X_3=15.23, $X_5 = 34.81$, $X_6 = 0.312$,
$\sum_{i=1}^{4} X_i$=50.37となる. よって, P_1の最適な混合戦略は, $x_2 = 0, x_3 = 0.303, x_5 = 0.691, x_6 = 0.006$になる. また$P_2$については$Y_2$=21.68, Y_3=20.50, Y_5=0, Y_6=8.19,
$\sum_{j=1}^{4} Y_j$=50.37となる. よってP_2の最適な混合戦略は, $y_2 = 0.430, y_3 = 0.0407, y_5 = 0, y_6 = 0.162$になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.019$である.
また同様に以下の結果も求める.

1. (4バック ゾーン2) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0$, $x_3 = 0.613$, $x_4 = 0$, $x_6 = 0.387$, P_2は, $y_1 = 0$, $y_3 = 0.976$, $y_4 = 0$, $y_6 = 0.024$になり, ゲーム値はw_1=w_2=0.031である.

表 4: P_1,P_2の利得表

4バック(ゾーン2)

P_1/P_2	1	3	4	6
1	0.0408	0	0.010968	0.34
3	0	0.031797	0	0.030637
4	0.011544	0.484848	0.067381	0
6	0	0.013187	0.428571	0.060123

2. (4バック ゾーン3)

表 5: P_1,P_2の利得表

4バック(ゾーン3)

P_1/P_2	1	2	4	5
1	0.045	0.034722	0.012097	0.018443
2	0.058824	0.046012	0.5	0.026786
4	0.013393	0	0.078172	0.04872
5	0	0.125	0.143382	0.084538

P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0.676$, $x_2 = 0$, $x_4 = 0.324$, $x_5 = 0$, P_2は, $y_1 = 0.663$, $y_2 = 0$, $y_4 = 0.337$, $y_5 = 0$ になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.034$である.

3. (4バック ゾーン5) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0.413$, $x_2 = 0$, $x_4 = 0.587$, $x_5 = 0$, P_2は, $y_1 = 0.496$, $y_2 = 0$, $y_4 = 0.504$, $y_5 = 0$になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.055$である.
4. (4バック ゾーン6) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0$, $x_3 = 0.682$, $x_4 = 0$, $x_6 = 0.318$, P_2は, $y_1 = 0$, $y_3 = 0.978$, $y_4 = 0$, $y_6 = 0.022$ になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.018$である.
5. (3バック ゾーン2) P_1の最適な混合戦略$x_1 = 0.330$, $x_3 = 0.620$, $x_4 = 0.051$, $x_6 = 0$, P_2は, $y_1 = 0.287$, $y_3 = 0.620$, $y_4 = 0.093$, $y_6 = 0$ になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.073$である.
6. (3バック ゾーン6) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0.305$, $x_3 = 0.611$, $x_4 = 0.083$, $x_6 = 0$, P_2は, $y_1 = 0.333$, $y_3 = 0.611$, $y_4 = 0$,$y_6 = 0.055$ になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.034$である.
7. (全体 ゾーン2) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0.051$, $x_3 = 0.862$, $x_4 = 0$, $x_6 = 0.088$, P_2 は, $y_1 = 0.010$, $y_3 = 0.910$, $y_4 = 0$, $y_6 = 0.085$になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.036$である.
8. (全体 ゾーン6) P_1の最適な混合戦略は, $x_1 = 0.052$, $x_3 = 0.875$, $x_4 = 0$, $x_6 = 0.073$, P_2は, $y_1 = 0.004$, $y_3 = 0.911$, $y_4 = 0$, $y_6 = 0.085$ になり, ゲーム値は$w_1 = w_2 = 0.020$である.

3.4 考察

3バックにおいてシュートを打つ選手は, ゴールキーパーがゴール真中にいる状態ではゴール右上, ゴール左上を狙うことが最適である. 同様に4バックはシュートを打つ選手はゴール右上, ゴール右下を狙うことが最適である. 同じく全体においてもシュートを打つ選手は, ゴール右上を狙うのが最適である. 4バックにおいてゴールキーパーが左にいる状態ではゴール右上, ゴール真中下が最適である. ゴールキーパーが右にいる状態ではゴール左上, ゴール左下を狙うのが最適であるという結果となった. また, ゴールキーパーが真中にいる場合3バックではゴールキーパーから見て左に反応するのが最適である. 4バックもゴールキーパーから見て左に反応するのが最適である. 全体もゴールキーパーから見て左に反応するのが最適である. 次に4バックのゴールキーパーが右にいる状態では, 真中に反応するのが最適である. ゴールキーパーが左にいる状態では, 左に反応するのが最適という結果となった.

4 おわりに

本論文はサッカーというスポーツにおいて両選手のシュートデータを用いて解いた. ゴールキーパーのポジションやシステム, シュートを打つゾーンの場合を分けを行い, その場合別による各々のデータからフォーメーション, シュートの最適戦略を求めることができた. 試合に勝つには高い技術というのは必要不可欠なものであるが, その場面に応じた戦略が多数存在するということが証明された. 今回はシュートにおける最適戦略を求めたが, セットプレー(コーナーキック, フリーキック) , パスワーク, 攻撃スタイルといったあらゆる角度から検証してみると技術に負けず劣らない武器になるのではないか. 本研究の結果が, 今後の日本代表のさらなる飛躍に繋がれば幸いである.

参考文献

[1] スポーツのOR：太田雄大, 2004年度 卒業論文要旨集, pp.119-120 (2005.3).

[2] 2006年ドイツワールドカップ：$nikkansports.com$, $http://germany2006.nikkansports.com$

[3] 小和田正, 澤木勝茂, 加藤豊：OR入門意志決定論の基礎, 実教出版 (1984).

[4] 2002年日韓ワールドカップ: $2002FIFAWorldCupKOREAJAPAN$, $FIFA$