薬局における在庫管理問題

2003MM014 服部 真由 2003MM080 仁田尾 悠

指導教員: 澤木 勝茂

1 はじめに

本研究では薬局における薬品の在庫管理について考える．薬品は需要が一定ではないため, 過去の需要量のデータから毎月の需要量を予測して, 品切れが起きないように発注しなければならない．また, 薬品は比較的使用期限が長いため, 頻繁に廃棄になるわけではないが, 過剰発注をすると在庫管理費用や返品費用, 税金によりコストがかかってしまうので, できる限り在庫が多くなりすぎないように発注をしたい．本研究では, ORによる需要予測, 在庫管理をおこない, 1期間内の任意の期間で一気に需要が発生すると仮定した確率的在庫モデルを考え, 期平均費用が最小となる最適発注量を求める．

モデルは追加注文を考慮に入れない場合と, 入れる場合の2つを作成した．需要量, 期首在庫量により, モデル1では3通りの在庫状態, モデル2では4通りの在庫状態を仮定する．また, 決算時にかかる税金を考慮に入れる．この2つのモデルに実際のデータを代入し, 結果を比較する．

2 研究方針

2.1 問題点と解決法

薬局における在庫管理の問題点は, 決算時の在庫にかかる税金による損失が大きいことである．決算は毎年11月におこなうのだが, 不良在庫が多いとその分税金がかかってしまうので決算時の在庫量を最小にしたい．本研究では返品を考えたモデルを作成し, できる限り返品の手間をかけなくて済むような期首発注量, すなわち, コストが最小となるような決算月(11月)の最適発注量を求める．また, 使用期限に余裕があるものならば, 仕入単価で卸に買い取ってもらうことが可能である．

3 モデル1

在庫状態は, 一箱返品する場合, 返品できない場合, 品切れで売ることができない場合の3つとする．また, R_1は返品できる基準の在庫量, bは需要量Bの実現値, xは前期からの繰越在庫量, αは税率, c_1は仕入価格, r_1は販売価格, r_2は返却価格, pはペナルティコストとする．

3.1 一箱返品する場合

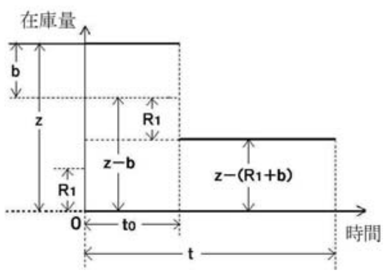

図 1: $0 \le b < z - R_1$の場合

期首在庫量zがあり, 期間tの中の任意の期間t_0で期間tの全ての需要が要求される．$z - (R_1 + b) > R_1$なので, R_1の返品をすることができる．在庫コストに関して, 期間t_0では在庫量zの分だけ在庫コストがかかり, 残りの期間$t - t_0$は在庫コスト$z - (R_1 + b)$がかかる．よって, 在庫コストは図の面積×コストで求めることができる．

仕入価格を $c_1(z-x)$, 税金を $\alpha c_1(z-b-R_1)$, 収益を $r_1 b$, 返品量を $r_2 R_1$ とすると, 在庫コストは

$$hI_1(b,z) = zh\frac{t_0}{t} + (z - R_1 - b)\,h \cdot \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)$$

となる．このとき, 期平均費用は

$$C(b,z) = \{(1+\alpha)c_1 + h\}z + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}b + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_2\right\}R_1 - c_1 x$$

となる．

3.2 返品できない場合

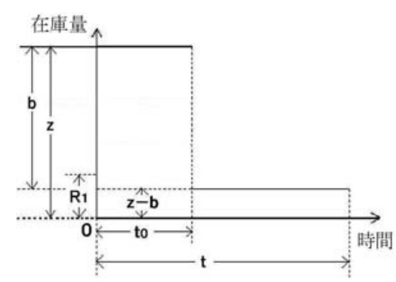

図 2: $z - R_1 \le b < z$の場合

税金を$\alpha c_1(z-b)$, 収益を$r_1 b$とすると, 在庫コストは

$$hI_1(b,z) = zh\frac{t_0}{t} + (z-b)h \cdot \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)$$

となる．このとき, 期平均費用は

$$C(b,z) = \{(1+\alpha)c_1 + h\}z + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}b - c_1 x$$

となる．

3.3 品切れで売ることができない場合

損失を$\left(1 - \frac{t_0}{t}\right)(b-z)p$, 収益を$r_1 z$とすると, 在庫コストは

$$hI_1(b,z) = zh\frac{t_0}{t}$$

となる．このとき, 期平均費用は

$$C(b,z) = \left\{c_1 - p + (h+p)\frac{t_0}{t} - r_1\right\}z + \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)pb - c_1 x$$

となる．

以上を整理すると$C(b,z)$は,

$0 \le b < z - R_1$のとき

$$\{(1+\alpha)c_1 + h\}z + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}b + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_2\right\}R_1 - c_1 x$$

$z - R_1 \le b < z$のとき

$$\{(1+\alpha)c_1 + h\}z + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}b - c_1 x$$

$z \le b < \infty$のとき

$$\left\{c_1 - p + (h+p)\frac{t_0}{t} - r_1\right\}z + \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)pb - c_1 x$$

となる. したがって, 需要量bの分布関数を$F(b)$, 密度関数を$f(b)$とおくと期待期平均費用$E[C(B,z)]$は

$$\begin{aligned}E[C(B,z)] &= \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}\int_0^{z-R_1} bf(b)db \\ &+ \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_1\right\}\int_{z-R_1}^{z} bf(b)db \\ &+ \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)p\int_z^{\infty} bf(b)db \\ &+ \int_0^{z-R_1}[\{(1+\alpha)c_1 + h\}z \\ &\quad + \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_2\right\}R_1 \\ &\quad - c_1 x]\{F(z-R_1) - F(0)\} \\ &+ \int_{z-R_1}^{z}[\{(1+\alpha)c_1 + h\}z \\ &\quad - c_1 x]\{F(z) - F(z-R_1)\} \\ &+ \int_z^{\infty}\left[\left\{c_1 - p + (h+p)\frac{t_0}{t} - r_1\right\}z\right. \\ &\quad \left. - c_1 x\right]\{1 - F(z)\}\end{aligned}$$

となる. また, これをzで微分すると,

$$\begin{aligned}\frac{dE[C(B,z)]}{dz} &= \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_2\right\}R_1 f(z-R_1) \\ &+ \left\{\alpha c_1 + (h+p)\left(1 - \frac{t_0}{t}\right) + r_1\right\}F(z) \\ &+ \left\{c_1 + (h+p)\frac{t_0}{t} - p - r_1\right\} \qquad (1)\end{aligned}$$

となる. $\frac{d^2E[C(B,z)]}{dz^2}$が正ならば, $E[C(B,z)]$はzに関して下に凸になる. したがって, $\frac{dE[C(B,z)]}{dz} = 0$ をみたすzが$E[C(B,z)]$を最小にする値である.

4 需要分布の特定化

需要分布を特定化して(1)の解析解を求める.

4.1 一様分布(需要量の予測最大値をaとおく)

$(0,a)$の区間の一様分布を,

$$F(b) = \begin{cases} b/a & (0 < b < a) \\ 1 & (a \le b) \end{cases}$$

とする. このとき, (1)式より,

$$\begin{aligned}\frac{dE[C(B,z)]}{dz} &= \frac{1}{c_1\alpha + h\left(1 - \frac{t_0}{t}\right) - p + r_1} \\ &\times \left[\frac{R_1}{a}\left\{r_2 + \left(1 + \frac{t_0}{t}h + \alpha c_1\right)\right\}\right. \\ &\left. -2\frac{z}{a}\left(\frac{t_0}{t}h + p + c_1\right) - c_1 - \frac{t_0}{t}h - p + r_1\right]\end{aligned}$$

となる. $\frac{dE[C(B,z)]}{dz} = 0$を$z$について解くと,

$$\begin{aligned}z &= \frac{1}{\alpha c_1 + (h+p)\left(1 - \frac{t_0}{t}\right) + r_1} \\ &\times \left[a\left\{r_1 + p - (h+p)\frac{t_0}{t} - c_1\right\}\right. \\ &\left. + R_1\left\{r_2 + \alpha c_1 + \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)h\right\}\right]\end{aligned}$$

となる. また, この式が条件$z \le a$をみたさなければならないので,

$$\frac{R_1\left\{r_2 + \alpha c_1 + \left(1 - \frac{t_0}{t}\right)h\right\}}{(1+\alpha)c_1 + h} \le a$$

をみたさなくてはいけない. また, 在庫量zが需要量の予測最大値aを超えることはないものとする.

4.2 指数分布

需要量Bの累積分布関数が

$$F(b) = \begin{cases} 1 - e^{-b/\mu} & (b \ge 0) \\ 0 & (b < 0) \end{cases}$$

と表される平均μの指数分布にしたがうものとする.
(1)式より,

$$\begin{aligned}&\frac{dE[C(B,z)]}{dz} \\ &= \left\{\left(\frac{t_0}{t} - 1\right)h - \alpha c_1 - r_2\right\}\frac{R_1}{\mu}\cdot e^{-\frac{z-R_1}{\mu}} \\ &+ \left\{\alpha c_1 + (h+p)\left(1 - \frac{t_0}{t}\right) + r_1\right\}\left(1 - e^{-\frac{z}{\mu}}\right) \\ &+ \left\{c_1 + (h+p)\frac{t_0}{t} - p - r_1\right\}\end{aligned}$$

となる. $\frac{dE[C(B,z)]}{dz} = 0$を$z$について解くと,

$$\begin{aligned}z = \mu\log&\left[\frac{1}{(1+\alpha)c_1 + h}\right. \\ &\times \left\{\left(1 - \frac{t_0}{t}\right)h + \alpha c_1 + r_2\right\}\frac{R_1}{\mu}\cdot e^{\frac{R_1}{\mu}} \\ &\left. + \alpha c_1 + (h+p)\left(1 - \frac{t_0}{t}\right) + r_1\right]\end{aligned}$$

となる.

4.3 考察

表 1: モデル1の一様分布における結果表

	薬品1	薬品2	薬品3	薬品4	薬品5
R_1	140	1000	100	100	56
z^*	161.41	862.03	146.53	82.48	69.55

表 2: モデル1の指数分布における結果表

	薬品1	薬品2	薬品3	薬品4	薬品5
R_1	140	1000	100	100	56
z^*	142.77	1003.73	102.61	102.55	58.31

r_2をr_1の8割として計算した．一様分布の結果を見ると，薬品1, 薬品3, 薬品5は, 最適発注量が1規格より多い値となっており, 薬品2と薬品4は1規格より少ない値となっている．つまり, 前者は1期間に1規格発注していては, 品切れになってしまう．指数分布の結果を見ると, 5つの薬品の最適発注量がどれも1規格に近い値となっている．よって, 1期間に1規格発注すれば良いと考えられる．また, 薬品1の一様分布のモデルについて, 在庫管理コストとペナルティコストと税率に違う値を入れて計算した結果, 在庫管理コストと税率は値を大きくするほど最適発注量が減少し, ペナルティコストは値を大きくするほど最適発注量が増加した．よってこれらは全て発注量に影響する要素であるといえる．薬品1の1ヶ月の需要量bは441Tであり, 一様分布で求めた最適発注量で発注をおこなうと, 安全在庫を考慮にいれたとしても1ヶ月に3回発注すれば十分である．現状では1ヶ月に3〜5回発注をおこなっていたので, モデルによって発注の手間を減らすことができた．同様に, 指数分布で求めた最適発注量で発注をおこなうと, 1期間に1規格ずつ発注をおこなうので, この場合は現在の薬局の発注方法と同じになる．

5 モデル2

一箱返品する場合, 返品できない場合はモデル1と同じである．また, c_2は追加分の仕入価格, R_2は品切れが起こった場合にただちに入荷できる許容発注量とする．

5.1 追加注文内で需要が収まる場合

仕入価格を$c_1(z-x)+c_2R_2$, 税金を$\alpha c_1(z+R_2-b)$, 収益をr_1bとすると, 在庫コストは

$$hI_1(b,z)=h\left\{z-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)b+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)R_1\right\}$$

となり, 期平均在庫不足量$I_2(b,z)$は0となる．また, 期平均費用は

$$\begin{aligned}C(b,z)=\{(1+\alpha)c_1+h\}z+\left\{\left(\frac{t_0}{t}-1\right)h-\alpha c_1-r_1\right\}b\\+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)hR_1+(\alpha c_1+c_2)R_2-c_1x\end{aligned}$$

となる．

5.2 追加注文内で需要が収まらない場合

仕入価格を$c_1(z-x)+c_2R_2$, 税金を0, 収益を$r_1(z+R_2)$, 売れなかった分のペナルティコストを$pI_2(b,z)$とすると, 在庫コストは

$$hI_1(b,z)=\frac{t_0}{t}hz$$

となり, 期平均在庫不足量$I_2(b,z)$は$\left(1-\frac{t_0}{t}\right)(b-z-R_2)$となる．また, 期平均費用は

$$\begin{aligned}C(b,z)=\left\{c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p-r_1+\frac{t_0}{t}h\right\}+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)pb\\+\left\{c_1-r_1-(1-\frac{t_0}{t})p\right\}R_2-c_1x\end{aligned}$$

となる．

以上を整理すると$C(b,z)$は,

$0\le b<z-R_1$のとき

$$\begin{aligned}\{(1+\alpha)c_1+h\}z+\left\{\left(\frac{t_0}{t}-1\right)h-\alpha c_1-r_1\right\}b\\+\left\{\left(\frac{t_0}{t}-1\right)h-\alpha c_1-r_2\right\}R_1-c_1x\end{aligned}$$

$z-R_1\le b<z$のとき

$$\{(1+\alpha)c_1+h\}z+\left\{\left(\frac{t_0}{t}-1\right)h-\alpha c_1-r_1\right\}b-c_1x$$

$z\le b<z+R_2$のとき

$$\begin{aligned}\{(1+\alpha)c_1+h\}z+\left\{\left(\frac{t_0}{t}-1\right)h-\alpha c_1-r_1\right\}b\\+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)hR_1+(\alpha c_1+c_2)R_2-c_1x\end{aligned}$$

$z+R_2\le b<\infty$のとき

$$\begin{aligned}\left\{c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p-r_1+\frac{t_0}{t}h\right\}+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)pb\\+\left\{c_1-r_1-(1-\frac{t_0}{t})p\right\}R_2-c_1x\end{aligned}$$

となる．したがって, 期待期平均費用$E[C(B,z)]$は

$$\begin{aligned}&E[C(B,z)]\\&=\{Az-(C+r_2)R_1-c_1x-Az+c_1x\}F(z-R_1)\\&+\{Az-c_1x-Az-(C+c_2)R_2+c_1x\}F(z)\\&+\Big\{Az+(C+c_2)R_2-c_1x\\&\quad-\left(D+\frac{t_0}{t}h\right)z-DR_2+c_1x\Big\}F(z+R_2)\\&+\left\{\left(D+\frac{t_0}{t}h\right)z+DR_2-c_1x\right\}\\&-\{Az-(C+r_2)R_1-c_1x\}F(0)\\&-B\int_0^{z+R_2}bf(b)db+\left\{\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p\right\}\int_{z+R_2}^{\infty}bf(b)db.\end{aligned}$$

となる．また, これをzで微分すると,

$$\begin{aligned}\frac{dE[C(B,z)]}{dz}&=-\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_2\right\}R_1f(z-R_1)\\&-\{(c_1+c_2)R_2\}f(z)-\{(c_1-c_2)R_2\}f(z+R_2)\\&+c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p+\frac{t_0}{t}h-r_1\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\left[\left\{\left(\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h\right)+r_2\right\}R_1\right.\\
&\qquad\qquad\qquad\left.+c_1x-\{(1+\alpha)c_1+h\}\right]F(0)\\
&-\{(1+\alpha)c_1+h\}zf(0)\\
&+\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)(h+p)+r_1\right\}F(z+R_2) \quad (2)
\end{aligned}
$$

となる．ただし，

$$
A=(1+\alpha)c_1+h,\ B=\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_1,
$$

$$
C=\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h,\ D=c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p-r_1
$$

である．

6　需要分布の特定化

モデル1の場合と同様に, 需要分布を特定化して(2)の解析解を求める．

6.1　一様分布(需要量の予測最大値をaとおく)

< $z+R_2\leq a$の場合>

$$
\begin{aligned}
\frac{dE[C(B,z)]}{dz}=&-\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_2\right\}R_1\cdot\frac{1}{a}\\
&-\{(c_1+c_2)R_2\}\cdot\frac{1}{a}\\
&-\{(c_1-c_2)R_2\}f(z+R_2)\\
&+c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p+\frac{t_0}{t}h-r_1\\
&+\frac{z+R_2}{a}\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)(h+p)+r_1\right\}
\end{aligned}
$$

となる． $\frac{dE[C(B,z)]}{dz}=0$をzについて解くと,

$$
\begin{aligned}
z=&\frac{1}{\alpha c_1+(h+p)\left(1-\frac{t_0}{t}\right)+r_1}\\
&\times\left[\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_2\right\}R_1\right.\\
&\quad+\left\{(2-\alpha)c_1-\left(1-\frac{t_0}{t}\right)(h+p)-r_1\right\}R_2\\
&\quad\left.+a\left\{r_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)p-\frac{t_0}{t}h-c_1\right\}\right]
\end{aligned}
$$

となる．また, この式が条件$z+R_2\leq a$をみたさなければならないので,

$$
\frac{\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_2\right\}R_1+2c_1R_2}{(\alpha+1)c_1+h}\leq a
$$

をみたさなくてはいけない．

6.2　指数分布

(2)式より,

$$
\begin{aligned}
\frac{dE[C(B,z)]}{dz}=&-\frac{1}{\mu}\left[\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)h+r_2\right\}R_1e^{-\frac{z-R_1}{\mu}}\right.\\
&+(c_1+c_2)R_2e^{-\frac{z}{\mu}}+\{(c_1-c_2)R_2\\
&\left.+\mu\left\{\alpha c_1+\left(1-\frac{t_0}{t}\right)(h+p)+r_1\right\}\right\}e^{-\frac{z+R_2}{\mu}}\Bigg]\\
&+(1+\alpha)c_1+h
\end{aligned}
$$

となり, $\frac{dE[C(B,z)]}{dz}=0$となるzが最適期首在庫量z^*である．

6.3　考察

表 3: モデル2の一様分布における結果表

	薬品1	薬品2	薬品3	薬品4	薬品5
R_1	140	1000	100	100	56
z^*	217.15	1364.24	154.47	127.78	87.15

R_2の値をR_1と同じ値とし, また, r_2をr_1の8割として計算した．結果を見ると, 5つの薬品の最適発注量はどれも発注の1規格より多い値となっている．薬品1, 薬品3においては1規格の約1.5倍という結果が出た．つまり, 1期間において初めのt_0期間に1規格発注するだけでは品切れが発生する．また, 薬品1について, 在庫管理コスト, ペナルティコスト, 税金に違う値を入れて計算した結果, 在庫管理コストと税率は値を大きくするほど最適発注量が減少した．また, ペナルティコストの値を変化させたが, 最適発注量にあまり変化は見られなかった．以上のことから, 在庫管理コストと税率は発注量に影響を与えるが, 品切れ損失は発注量にあまり影響を与えないといえる．また, 薬品1の1ヶ月の需要量bは441Tであり, モデル2で求めた最適発注量で発注をおこなうと1ヶ月に2回, 安全在庫を考慮にいれたとしても3回発注すれば十分である．現状では1ヶ月に3〜5回発注をおこなっていたので, モデルによって発注の手間を減らすことができた．

7　モデル1とモデル2の比較

ディオバンについて, 在庫管理コスト, ペナルティコスト, 税金に違う値を入れて計算した結果, モデル1は在庫管理コスト, ペナルティコスト, 税金, それぞれが最適発注量に影響を与えており, モデル2は在庫管理コストと税金は発注量に影響を与えるが, ペナルティコストは発注量にあまり影響を与えないということがわかった．つまり, モデル2は品切れによる損失はほぼないということがいえる．これらのことから, モデル2は許容範囲内の追加注文を許すことにより, 品切れの問題が解消されたと考えられる．また, モデル2において, 品切れ時の追加注文の許容量を0として最適発注量を求めた結果, モデル1で求めた最適発注量の値に近づいた．このとき, ペナルティコストの値を大きくするほど最適発注量が増加したことから, 追加注文の許容量が少なければ少ないほど, ペナルティコストの値が最適発注量に影響を与えるといえる．

参考文献

[1] 児玉 正憲：返品および追加注文を許す一期間確率的在庫モデル(I), 経済学研究 第55巻 第6号, 31-48.

[2] 小和田 正, 澤木 勝茂, 加藤 豊 ：[OR入門] 実況出版 (1984).

[3] 坂野 豪彦, 奥谷 弘樹：[丸善の在庫管理問題] 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2003年度).