スーパーにおける陳腐化商品の最適発注量

2002MM108 安田真人

指導教員: 澤木勝茂

1　はじめに

スーパーでは，日持ちしない商品が売れ残った場合，その商品は全て廃棄している．ゆえに，廃棄商品の量が利益に大きく影響する．また，早くに商品が売り切れてしまった場合も，店のイメージや利益に大きく影響する．そこで，廃棄商品の量と，品切れの発生を減らし，利益を増やすため，過去の需要データをもとに，利益最大化とコスト最小化を目的としたモデルを作成し，最適発注量を求める．

2　利益最大化モデル

新聞売り子の問題を用いて，1日の最適発注量を考える．

2.1　記号の定義

a:商品が1個売れたときの利益
b:商品が1個売れ残ったときの損失
c:商品が1個あたりの機会損失費用
d_1:売れ残りそうなときに割引販売した場合の利益
d_2:売れ残ったとき店員にさらに割引販売した場合の利益
α:割引販売したときの売れる割合
β:店員に割引販売したときの売れる割合
γ:割引販売する確率
x:発注量
y:需要量
$E(x)$:期待利益
$p(y)$:需要分布
$e(x,y)$:利益

2.2　モデル1

商品が1個売れるとa円の利益になり，1個売れ残ると原価b円の損失になるというモデルを考える．

2.2.1　数値計算

変数に値を代入して，それぞれの商品の最適発注量を求める．商品Aは冷やし中華，商品Bは寿司とする．

表 1: 最適発注量

商品	a	b	$\frac{a}{a+b}$	最適発注量	期待利益
A	156	244	0.39	14	2092.2
B	330	270	0.55	16	5009.9

2.3　モデル2

モデル1に，機会損失を付加したモデルを考える．

2.3.1　数値計算

変数に値を代入して，それぞれの商品の最適発注量を求める．また，機会損失費用は，利益の半分，同額，2倍，4倍として，それぞれの場合の最適発注量を求める．

2.3.2　考察

機会損失費用を増加させると，最適発注量も増加していくが，期待利益は減少していくという結果となった．また，寿司は冷やし中華に比べ，機会損失費用が増加しても期待利益の減少が少ない．これは，寿司の方が売価に対する利益の割合が大きいからである．

2.4　モデル3

モデル2を応用して，発注量が需要量を上回り，商品が売れ残りそうなとき，割引販売をおこなうモデルを考える．発注量がx,需要量がyのときの利益$e(x,y)$は，

$$e(x,y)=\begin{cases} ay+d_1\alpha\gamma(x-y)-b(1-\alpha\gamma)(x-y) \\ \qquad (x\geq y\text{のとき}) \\ ax-c(y-x) \\ \qquad (x\leq y\text{のとき}) \end{cases} \tag{1}$$

で与えられる．このとき期待利益$E(x)$は，

$$\begin{aligned} E(x)=&\sum_{y=0}^{x}\{ay+d_1\alpha\gamma(x-y)-b(1-\alpha\gamma)(x-y)\}p(y) \\ &+\sum_{y=x+1}^{\infty}\{ax-c(y-x)\}p(y) \end{aligned} \tag{2}$$

となる．また，$E(x)$を最大にする最適発注量x_{opt}は，

$$x_{opt}=\begin{cases} E(x)-E(x-1)\geq 0 \\ E(x+1)-E(x)\leq 0 \end{cases} \tag{3}$$

の解である．よって，最適発注量は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1}p(y)\geq\frac{a+c}{K} \\ \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x}p(y)\leq\frac{a+c}{K} \end{cases} \tag{4}$$

の解である．ただし，$K=a+c+b(1-\alpha\gamma)-d_1\alpha\gamma$する．

2.4.1　数値計算

売れ残りそうなとき割引販売した場合の利益を100として，割引販売する確率，割引販売したときの売れる割合を変化させ，最適発注量を求める．

2.4.2　考察

数値計算の結果，割引販売する確率，割引販売したときの売れる割合を増加させると，最適発注量と期待利益は増加するという結果になった．また，機会損失費用が0と660のとき，割引販売する確率が0.1から0.3までは最適発注量が変化しなかった．そのときの期待利益の差の最大値は185円であった．

2.5　モデル4

モデル3を応用して，売れ残った場合，店員にさらに割引販売するというモデルを考える．発注量がx，需要量がyのときの利益$e(x,y)$は，

$$e(x,y)=\begin{cases} ay+d_1\alpha\gamma(x-y)+d_2\beta(1-\alpha\gamma)(x-y) \\ -b(1-\alpha\gamma)(1-\beta)(x-y) \\ \qquad (x\geq y\text{のとき}) \\ ax-c(y-x) \\ \qquad (x\leq y\text{のとき}) \end{cases} \tag{5}$$

で与えられる．$E(x)$を最大にする最適発注量x_{opt}は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y)\geq\frac{a+c}{L} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y)\leq\frac{a+c}{L} \end{cases} \tag{6}$$

の解である．ただし，$L=a+c+b(1-\alpha\gamma)(1-\beta)-d_1\alpha\gamma-d_2\beta(1-\alpha\gamma)$ である．

2.5.1　数値計算

売れ残りそうなときに割引販売した場合の利益を100，売れ残ったときは店員に原価で販売するとして，割引販売する確率，割引販売したときの売れる割合，店員に割引販売したときの売れる割合を変化させ，最適発注量を求める．

2.5.2　考察

数値計算の結果，割引販売する確率，割引販売したときの売れる割合，店員に割引販売したときの売れる割合を増加させると，最適発注量と期待利益は増加する結果となった．また，モデル1の $\frac{a}{a+b}$，モデル2の $\frac{a+c}{a+b+c}$，(4)，(6)式の大小を比較すると，

$$\frac{a}{a+b}\leq\frac{a+c}{a+b+c}\leq\frac{a+c}{K}\leq\frac{a+c}{L} \tag{7}$$

となる．よって，最適発注量はモデル4のとき最も多く，モデル1のとき最も少なくなることがわかる．モデル4のとき期待利益が最も高くなるので，2回の割引販売は効果的であるといえる．

3　コスト最小化モデル

機会損失費用や原価に着目し，新聞売り子の問題を用いて1日の最適発注量を考える．

3.1　記号の定義

b:商品1個の原価
c:商品1個あたりの機会損失費用
d:商品1個の割引販売価格
γ:割引販売する確率
x:発注量
y:需要量
$T(x)$:期待コスト
$p(y)$:需要分布
$t(x,y)$:コスト

3.2　モデル1

機会損失費用と原価を考慮したモデルを考える．

3.2.1　数値計算

機会損失費用の値を変化させて最適発注量を求める．

3.2.2　考察

数値計算の結果，機会損失費用を増加させると，最適発注量も増加するが，期待コストも増加するという結果になった．また$\frac{c-b}{c}$より，機会損失費用が同じ場合，1個の原価が高い商品の方が，最適発注量が少なくなる．

3.3　モデル2

モデル1に，売れ残ったとき，店員に割引販売するというコスト削減の要素を付加したモデルを考える．発注量がx，需要量がyのときのコスト$t(x,y)$は，

$$t(x,y)=\begin{cases} (1-\gamma)bx+\gamma[bx-d(x-y)] & (x\geq y\text{のとき}) \\ bx+c(y-x) & (x\leq y\text{のとき}) \end{cases} \tag{8}$$

で与えられる．このとき期待コスト$T(x)$は，

$$\begin{aligned} T(x)&=\sum_{y=0}^{x-1}\{(1-\gamma)bx+\gamma[bx-d(x-y)]\}p(y) \\ &\quad+\sum_{y=x}^{\infty}\{bx+c(y-x)\}p(y) \end{aligned} \tag{9}$$

である．$T(x)$を最小にする最適発注量x_{opt}は，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y)\leq\frac{c-b}{c-\gamma d} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y)\geq\frac{c-b}{c-\gamma d} \end{cases} \tag{10}$$

の解である．

3.3.1　数値計算

機会損失費用，割引販売する確率，割引販売価格を変化させて，最適発注量を求める．また，割引販売する確率，割引販売価格が最適発注量や期待コストに，どのように影響するのか考察する．

3.3.2　考察

数値計算の結果，割引販売する確率，割引販売価格を増加させると，最適発注量は増加するが，期待コストは減少していき，機会損失費用の増加による期待コストの変化が小さくなるという結果になった．また，割引販売する確率を増加させるほうが，割引販売価格を増加させるよりも期待コストの変化が大きく，コスト削減には割引販売する確率の方が重要であるという結果になった．

参考文献

[1] 東原史浩,斉藤篤志：コンビニエンスストアにおけるおにぎりの最適発注量, 南山大学卒業論文 (2003).

[2] 小和田正,澤木勝茂,加藤豊：OR入門, 実教出版 (1994).