

判断推理の解法

2003MM068 村木伸将

指導教員: 佐々木克巳

1 はじめに

私は国家公務員試験の学習をしており、公務員試験教養科目の数的処理の中にある判断推理のにととも興味を持った。また判断推理の試験問題は当然のことながら制限時間があり、早く正確に解かなければいけない為、早く理解しやすい解法を目指すつもりである。一般的な解法が、三段論法とベン図で解く方法と2パターン存在するが、どちらが早く解けるのか判断しにくい問題が多々ある。この判断を容易にすべく研究を進めていく。また各問題において、出来るだけ三段論法で解くための解法や論理的な考え方をし、新たな規則性を見つけることが目的である。

2 単純な判断推理の解法

この章では、判断推理の2つの解法について述べる。第1の解法は、三段論法を用いるもので、これを2.1節で述べる。第2の解法はベン図を用いるものでこれを2.1節の問題1で述べる。2.2節では2つの方法のうち適切なものの選び方について述べる。

2.1 単純な三段論法とベン図による解法

単純な問題は次の手順で解くことができる。

- 作業1 一つ一つの命題を記号化する。
- 作業2 記号化したものすべて対偶をとる。
- 作業3 記号化した命題と、その対偶を用いて矢印がつながればよい。

作業3で三段論法を用いているので、この手順で解く方法を三段論法による解法と呼ぶことにする。

判断推理の問題に問題においては、命題を記号化するときは以下の論理記号を使うことにする。

\wedge (かつ、そして) 論理積 \vee (または) 論理和
 \rightarrow (もし...ならば~) 含意 \neg (...でない) 否定

単純な三段論法での解法は上記の作業1~作業3までで行う。例えば、作業1で次のように記号化されたとき、作業2と3は次のようになる。

作業1 $\cdot A \rightarrow B \quad \cdot B \rightarrow C \quad \cdot C \rightarrow D$

作業2 $\cdot \bar{B} \rightarrow \bar{A} \quad \cdot \bar{C} \rightarrow \bar{B} \quad \cdot \bar{D} \rightarrow \bar{C}$

作業3 $\cdot A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \quad \cdot \bar{D} \rightarrow \bar{C} \rightarrow \bar{B} \rightarrow \bar{A}$

よって作業3から矢印でたどることが可能な選択肢を選んで解答が導ける。

ベン図で解ける問題も一つあげる。

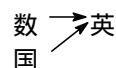
問題1([1]を参照): ある学級で、国語、数学、英語の得意、不得意を調べた。その結果、次のようなことが分かった。

- ・国語が得意な人は英語が得意である
- ・英語が不得意な人は数学が不得意である

以上のことから論理的にありえないものはどれか。

- 1 3教科とも得意な人がいる場合がある
- 2 国語と数学が得意な人がいる場合がある
- 3 数学と英語が得意な人がいる場合がある
- 4 英語だけが得意な人がいる場合がある
- 5 数学だけが得意な人がいる場合がある

[解説]



まとめ図

条件1から国語は英語に含まれると解釈できる。条件2の対偶をとると、「数学の得意な人は英語が得意である」となり、数学は英語に含まれるという解釈できるので、以下のベン図が書ける。

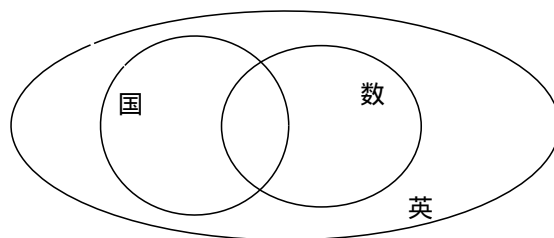


図1: ベン図

従って解答は5である

問題1では2つの命題から、上記のまとめ図が得られる。しかし、1~5の選択肢からみると、まとめ図からでは解答を出すことが出来ない。よって選択肢に「...いる場合がある」という表現が出てきた場合はベン図を使ってとくべきだと判断できる。

2.2 公務員試験の判断推理を早く解くために

以下のような図2に示すアルゴリズムを頭の中で行って解くと早く解ける。早く解ける方法を私がフローチャートを使って考えてみた(これを頭の中で考えてできるようになるとよい)。このフローチャートを用いて、2.1節の問題1の解法を考えてみる。

2.1節の問題1について述べる。条件1、2条件から「~の一部、~うち」の表現がないので、論理式で表すことができ、まとめ図を書くことができる。選択肢から解答を探そうとするが、「...いる場合がある」という表現が出てきているので、まとめ図からでは判断できない選択肢である。このような問題はベン図を使ってとくべきだと判断できる。

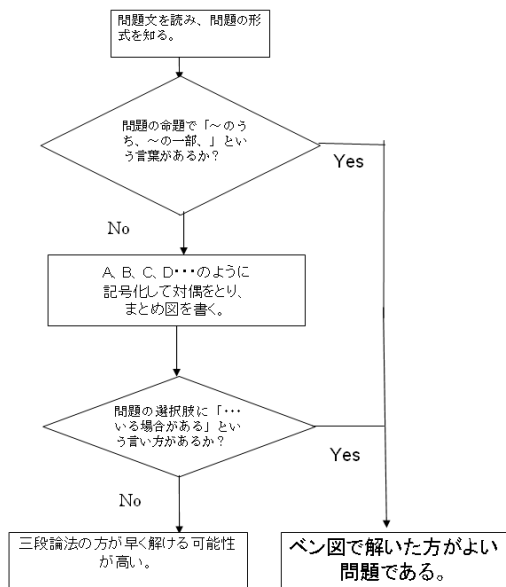


図 2: 判断推理のフローチャート

3 複雑な判断推理の問題の解法

- \wedge, \vee を使った問題では記号化をして、対偶を取るがその前に並列化を行うことが重要である。
以下に並列化の説明を行う([2]を参照)。
次の左の文それぞれに対して、右の2つの文に変形することを並列化という。

$$A \rightarrow B \wedge C \Leftrightarrow \begin{cases} A \rightarrow B \\ A \rightarrow C \end{cases}$$

$$A \vee B \rightarrow C \Leftrightarrow \begin{cases} A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \end{cases}$$

左の文が成立することと、右の2文がどちらも成立することは同値である。 \wedge, \vee を使った問題は記号化して、対偶をとる前に並列化を行うことがポイントとなる。

問題を解く際に先にド・モーガンの法則を使ってやってしまうと、時間がかかる。

以下に先に対偶を取るパターン1とそうでないパターン2を示す。

パターン1 各命題を記号化する→対偶を取る(このときにド・モーガンの法則を使う)→並列化をする→まとめ図を書く→解答

パターン2 各命題を記号化する→並列化をする→まとめ図を書く→解答

以上のことから分かるように、パターン1では記号化した後の対偶でド・モーガンの法則を使うのに対し、パターン2ではそれが不要な。このことからパターン2で解いた方が早く、受験者を混乱させなくて済むという利点がある

ことが分かった。記号化を行った後すぐにド・モーガンを使って対偶をとりことは好ましくないことが分かる。

- \wedge, \vee を使った問題でも、 $A \rightarrow B \vee C$ のように並列化できない問題も中には出てくる。 \wedge, \vee を使った問題が出てきたらすべて並列化するということはいえない。よって各命題の記号化を行った後に見分ける必要があると研究して分かった。
- 「すべて」を使った問題では、いかにも「すべて」が使われているので、受験者はベン図で書こうと思いがちではあるが、「すべて」や「みな」という述語論理が出てきた場合は、
AであればすべてBである
を
AであればBである
に直すことができる。
- 「ある」を使った問題は、与えられた各命題に1つでも「ある、~の一部、いた」の言葉が使われていればベン図で解く必要があり、三段論法で解けない問題であると判断してよい。
- $\neg \exists$ (否定の「ある」)は、述語論理が使われていることから、受験生のほとんどはベン図で解くと考えられる問題である。しかしこの問題をできたら三段論法で書けることができないかと考えた結果、三段論法で解ける方法を研究して分かった。「ある」を使っているため、この問題はベン図で解くやり方が適当であるが、私が解いた問題に限っては、命題論理に変えることができた。

「...のうち...はない」の文を「すべて」の文に変えて解くことができると分かった。

具体的には次のようする。

$$\neg \exists x (A(x) \wedge B(x))$$

$$\Leftrightarrow \forall x \neg (A(x) \wedge B(x))$$

$$\Leftrightarrow \forall x (A(x) \supset \neg B(x))$$

4 おわりに

本研究では国家公務員試験の判断推理の複数の問題を解いた。その結果、ある規則性や特徴などが分かった。述語論理が使われている問題ではいかに三段論法で解くかという研究も行った。また受験者が判断推理の問題を早く解けるためにフローチャートを使用し、アルゴリズムを考えることができた。この研究は初めての試みであり、初歩段階であるため、まだまだ多くの分析方法や証明方法など研究をすべき分野だと思う。

参考文献

- [1] 田辺 勉：よくわかる判断推理, 実務教育出版 (2003).
- [2] 田辺 勉：標準 判断推理, 実務教育出版 (2004).