栄地下街における避難の数理モデル

2003MM075 中野英治郎　2003MM091 斉藤友理
指導教員: 伏見正則

1　はじめに

東海地方では、半世紀近くも前から東海大地震が起こると言われてきている。地震等の災害が発生したとき、建物内では火災が発生してしまう恐れがある。そこで、建物内にいる人々全てが逃げ切ることができるかを、建物をモデル化し、様々な場合を想定して火災の延焼を考慮したシミュレーションを行っていこうと思う。

2　モデルの定式化

建物内の最適な避難経路を求めるためにネットワークフロー問題として解くことにする。これは建物内という限定された場所をモデル化するため、枝の始点、終点がはっきりしており、フロー全体の流れを把握することができるためである。

2.1　対象の建物

栄地下街内の森の地下街〜サカエチカまでの建物を対象とする。理由は三つあり、一つ目に、飲食店がたくさんあることから火災が起こりやすい場所となっているからである。二つ目に、栄地下街では出口が狭いと感じるところがあり、避難経路を誤ると助かるはずの人まで犠牲になってしまう可能性があるからである。最後に、地下街は多くの人が利用する環境なので他の建物より安全性を重視する必要があるからである。

2.2　避難モデルの構成要素

2.2.1　火災の延焼モデル

人の避難速度は、煙の回る速度の整数倍であるとする。本論文では4倍であると仮定する。

2.2.2　避難群集モデル

災害が起きた瞬間に、全員がその情報を知り得て、最寄りにいる店員のところに集まる。その店員が最適に避難させる。その際の心理的なものは、一切無視するものとする。

人の標準歩行速度を1m/sとする。

2.2.3　建物のモデル化

建物のモデルは仕事場、廊下、階段、ロビー等の建物の要素を表す点と枝からなるネットワークと、その上を移動する人の人数を表すフローから構成されている。具体的には、栄地下街内の店の中で隣接しているいくつかの店を一つの点、その点と点をつなぐものを枝とする。さらに、枝と枝が交差するところも点とし、点と点をつなぐ枝の上に1m間隔でダミーの点を置くことにより、より現実的なシミュレーションを行えるようにする。枝の属性には動的容量と、推移時間があり、前者は単位時間内に枝の上を移動できる人数の上限を表し、後者は移動に要する時間を示す。

動的容量＝1秒間に1mを通過する人数
推移時間＝点間距離/歩行速度

また、枝は、そのどちらかの端点に煙が達した段階で、突然切れるものとする。更に、本論文で対象とした栄地下街には、地上への出口とビルにつながる出口があるが、後者は出口とみなさないものとする。

3　一般最小費用流問題のアルゴリズムとその問題点

3.1　一般最小費用流問題のアルゴリズム

本章では、流入口と流出口を1つに限らない、一般の最小費用流問題をとりあげる。以下に記号の定義を示す。

N_s：流入口の集合
N_t：流出口の集合
q_i^s：流入口$i \in N_s$の流入量
q_i^t：流出口$i \in N_t$の流出量
ただし、

$$N_s \bigcap N_t = \phi$$

$$\sum_{i \in N_s} q_i^s = \sum_{i \in N_t} q_i^t$$

N：すべての点の番号の集合$(N = 1, 2, ..., n)$
M：すべての枝(無向)の集合
B：すべての枝(有向)の端点の番号の対の集合
M_i^+：点iを始点とする枝の集合
M_i^-：点iを終点とする枝の集合
d_{ij}：点iと点jの距離
a_{ij}：点iから点jへ流すことができる最大流量
x_{ij}：点iから点jへの流量
c_{ij}：点iから点jへ1単位流すのに要する費用
z：総費用

一般最小費用流問題を数式で表すと以下のようになる。

制約条件

$$\sum_{j \in M_i^+} x_{ij} - \sum_{j \in M_i^-} x_{ji} = \begin{cases} q_i^s & (i \in N_s) \\ 0 & (i \in N - N_s - N_t) \\ -q_i^t & (i \in N_t) \end{cases}$$

$$0 \le x_{ij} \le a_{ij} \qquad ((i,j) \in M)$$

目的関数

$$\min \qquad z = \sum_{(i,j) \in M} c_{ij} x_{ij}$$

次にプライマル・デュアル法についての式を示す。

上記の記号の定義に加えて以下を定義する。

v_i：始点から点iまでに要する費用

以下の手順1と手順2を続けて何回実行したかを表すためにlという記号を用いる。点iから点jへのステップlの時

の流量をx^l_{ij}、ステップlの時の総流量、総費用をそれぞれq^l、z^lとする。はじめに$x^0_{ij}=0$、$q^0=0$、$z^0=0$、$l=0$、また、$v^l_j(j=1,2,3,...,m)$を導入して、$v^0_j=0$とする。また、n_sを流入口、n_tを流出口とする。

＜手順1＞n_sからn_tへの流量を1単位増やすときの費用最小の路の探索

(1)d_{ij}を次式で定める。

$$d_{ij}=\begin{cases} c_{ij}+v^l_i-v^l_j & ((i,j)\in B\text{で}x^l_{ij}=0\text{のとき}) \\ -c_{ji}-v^l_j+v^l_i & ((j,i)\in B\text{で}x^l_{ji}=a_{ji}\text{のとき}) \\ 0 & ((i,j)\in B\text{で}0<x^l_{ij}<a_{ij}\text{のとき}) \\ 0 & ((j,i)\in B\text{で}0<x^l_{ji}<a_{ji}\text{のとき}) \\ \infty & (\text{その他}) \end{cases}$$

(2)n_sから$n_j(j=1,2,...,m)$への最短距離Δv_jを求める。$\Delta v_t=\infty$ ならば終了とする。そうでなければ、ダイクストラ法を用いてn_sからn_tへの最短路Rを求める。

(3)$v^{l+1}_j=v^l_j+\Delta v_j$とする。

＜手順2＞流量増大と流れの変更

路Rに含まれる正の向きの枝の集合をR^+、負の向きの集合をR^-と表す。

$$\Delta q=\min\{\min_{(i,j)\in R^+}(a_{ij}-x^l_{ij}),\min_{(i,j)\in R^-}x^l_{ij}\}$$

を求めて、路RにそってΔqだけ流す。すなわち、

$$x^{l+1}_{ij}=\begin{cases} x^l_{ij}+\Delta q & ((i,j)\in R^+) \\ x^l_{ij}-\Delta q & ((j,i)\in R^-) \\ x^l_{ij} & (\text{その他}) \end{cases}$$

$$q^{l+1}=q^l+\Delta q$$

$$z^{l+1}=z^l+v^l_t\Delta q$$

とする。lの値を1だけ増やして手順1に戻る。

3.2　一般最小費用流問題のアルゴリズムの問題点

(1)一般最小費用流問題の制約条件として、流入量と流出量が等しいというものがある。しかし、本論文では建物で火災が発生した際、すべての人が逃げ切れるかどうかをシミュレーションするものであり、必ずしも流入量と流出量が等しくなるとは限らない。

(2)一般最小費用流問題の目的関数は、人々の総避難距離を最短にするというものである。しかし、実際の避難の場合、火災の発生ポイントや煙の回り具合により人々が必ずしも最短経路で避難できるとは限らない。

3.3　一般最小費用流問題のアルゴリズムの改良点

(1)逃げ切ることのできなかった人を考慮した、流入量と流出量が等しくならなくても成立するアルゴリズムを作成する。

(2)火災の発生場所や煙の回り具合を考慮した、ある時刻tにおいて最短路で避難するという、より現実的なアルゴリズムを作成する。

4　改良アルゴリズムとその全容

4.1　改良アルゴリズム

一般最小費用流問題のアルゴリズムを元にして、全体を改め、以下の記号を導入する。

S：店の点の番号の集合$S=\{1,2,...,s\}$

K：店と出口以外の点の集合$K=\{s+1,s+2,...,k\}$

E：出口の点の番号の集合$E=\{k+1,k+2,...,n\}$

f：火災の発生地点　$f\in S$

x_{ij}：点iから点jへの最大動的容量,$\forall i\in N,\forall j\in N$
($i=j$のときその点での最大容量)

y_{ij}：点iから点jへの人の移動に関する隣接関係,
$\forall i\in N,\forall j\in N$

$$y_{ij}=\begin{cases} 1 & (i\text{と}j\text{が隣接しているとき}) \\ 0 & (i\text{と}j\text{が隣接していないとき、}i=j\text{のとき}) \end{cases}$$

sz_{ij}：点iから点jへの煙の移動に関する隣接関係,
$\forall i\in N,\forall j\in N$

$$sz_{ij}=\begin{cases} 1/4 & (i\text{と}j\text{が隣接しているとき}) \\ 0 & (i\text{と}j\text{が隣接していないとき、}i=j\text{のとき}) \end{cases}$$

p_i：点iの初期人数,$\forall i\in N$

z_{ij}:点iから点jへの煙の拡散を表す変数,$\forall i\in N,\forall j\in N$

H：避難人数

4.2　改良アルゴリズムの全容

初期設定　$x_{if}\leftarrow 0\quad(\forall i\in N),x_{fj}\leftarrow 0\quad(\forall j\in N)$
$z_{ij}\leftarrow 0\quad(\forall i\in N,\forall j\in N),H\leftarrow 0$
$p_f\leftarrow 0,z_{ff}\leftarrow 1;t\leftarrow 1$
として、手続きdo(t)を実行する。

手続き　do(t)

(1)$i=k,k-1,...,1$に対して、(A)を実行する。

(2)$i=k+1,k+2,...,n$に対して、$H\leftarrow H+p_i$を行い、避難人数を更新し出力する。$p_i\leftarrow 0$を実行する。

(3)$i=1,2,...,n$に対して、(B)を実行する。

(4)$t\mod 4\neq 0$のとき、何も実行しない。
$t\mod 4=0$のとき、$z_{ij}\leftarrow z_{ij}\times 4$を実行する。

(5)$i=1,2,...,n$、$j=1,2,...,n$に対して、(C)を実行する。

(6)$i=1,2,...,n$に対して(D)を実行する。

(7)$\forall(i,j)\quad z_{ij}\geq 1$のとき、手続きdo(t)を終える。
$\exists(i,j)\quad z_{ij}<1$のとき、手続きdo(t+1)を再帰的に実行する。

(A)

(1)$p_i\neq 0$のとき、$j=n,n-1,...,1$に対して、(E)を実行する。

(2)$p_i=0$のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

(B)

(1)$z_{ii}=1$のとき、$j=1,2,...,n$に対して、(F)を実行する。

(2)$z_{ii} \neq 1$のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

(C)

(1)$z_{ij} = 1$かつ$i \neq j$のとき、
$z_{ji} \leftarrow 1$
$z_{jj} \leftarrow 1$を行い、煙のネットワークを更新し、呼び出し元に戻る。

(2)$z_{ij} \neq 1$または$i = j$のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

(D)

(1)$z_{ii} = 1$のとき、$j = 1, 2, ..., n$に対して、
$x_{ij} \leftarrow 0$、$x_{ji} \leftarrow 0$
$y_{ij} \leftarrow 0$、$y_{ji} \leftarrow 0$を行い、ネットワークの切断をし、呼び出し元に戻る。

(2)$z_{ii} \neq 1$ のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

(E)

(1)$x_{ij} \neq 0$かつ$y_{ij} = 0$かつ$i < j$のとき、(G)を実行する。

(2)$x_{ij} = 0$または$y_{ij} \neq 0$または$i \geq j$のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

(F)

(1)$z_{ij} = 0$のとき、
$z_{ij} \leftarrow sz_{ij}$を行い、呼び出し元に戻る。

(2)$z_{ij} = 1$のとき、
$z_{ij} \leftarrow 1$を行い、呼び出し元に戻る。

(3)$z_{ij} > 1$のとき、
何もしないで、呼び出し元に戻る。

(G)

(1)$p_i - x_{ij} \geq 0$のとき、
$p_i \leftarrow p_i - x_{ij}$を行い、(H)を実行する。

(2)$p_i - x_{ij} < 0$のとき、(I)を実行する。

(H)

(1)$x_{jj} \geq p_j + x_{ij}$のとき、
$p_j \leftarrow p_j + x_{ij}$を行い、呼び出し元に戻る。

(2)$x_{jj} < p_j + x_{ij}$のとき、
$p_i \leftarrow p_i + x_{ij}$を行い、呼び出し元に戻る。

(I)

(1)$x_{jj} \geq p_j + x_{ij}$のとき、
$p_j \leftarrow p_j + p_i$
$p_i \leftarrow 0$を行い、呼び出し元に戻る。

(2)$x_{jj} < p_j + x_{ij}$のとき、何もしないで、呼び出し元に戻る。

5 栄地下街からの避難

本章では、前章で述べた手順を実際に栄地下街に適用し、建物の安全性を検証していく。火災発生場所の選び方は、火災が発生しやすいと思われる飲食店がある店番号とする。

5.1 栄地下街のモデル図

以下に栄地下街の基本モデルと初期人数を示す。

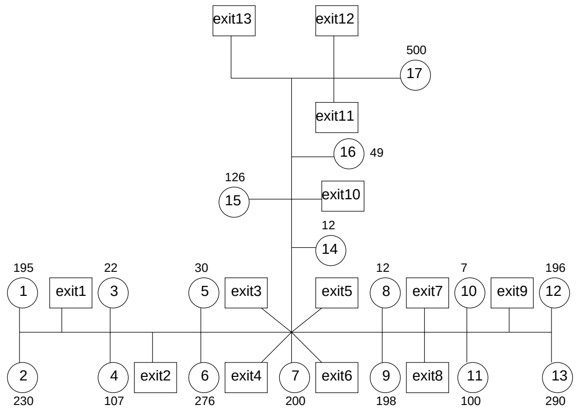

図 1: 栄地下街のモデル図(サカエチカ周辺)

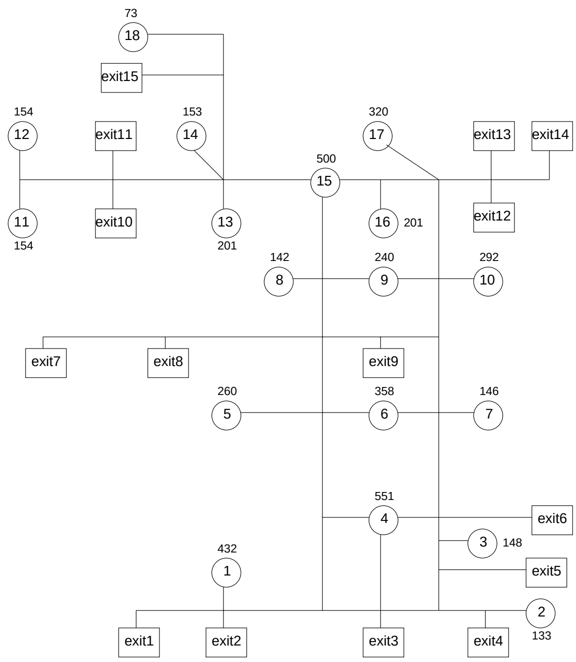

図 2: 栄地下街のモデル図(森の地下街周辺)

5.2 実行結果と考察

結果は、サカエチカの店番号10で火災が起きた場合、12人の被害者が出ており、森の地下街の店番号6、8、9、10で火災が起きた場合、それぞれ、61人、126人、71人、21人の被害者が出た。それ以外の場所で火災が起きた場合はすべての人が避難することができた。ここで、それぞれ被害者が出たところについて考察と改善策を述べる。

まず、サカエチカの店番号10で火災が起きた場合だが、被害者の12人はexit9につながる通路とメインの通路の交差するところで煙に巻き込まれている。exit9 を利用する人は、容量、距離の理由から店番号12、13にいる人のみである。つまり、店番号12、13にいる人々にとって出口はexit9以外にはない。したがって、exit9につながる通路の容量不足が問題である。そのため、改善策として店番号12、13の右には森の地下街があるため、店番号12、13にいる人々の半分を森の地下街に避難させる。3.3節で、ある時刻tにおいて最短路で避難するというアルゴリズムを

作成すると述べたが、この場合、最短路であるexit9に避難すると確実に煙に巻かれてしまう。そうではなく、ここではある時刻tにおいて最短路で避難することを優先せず、煙の進み具合を考慮することを優先する。

次に、森の地下街の店番号6で火災が起きた場合だが、被害者の61人はexit6につながる通路とexit6の前の通路の交差するところで煙に巻き込まれている。exit6を利用する人は、容量、距離の理由から店番号3、4、7にいる人である。この3店舗を比べると、店番号4にいる人はexit6を使わなくても十分避難できる。そのため、店番号4にいる人はexit1、2、3を使うようにする。

最後に、森の地下街の店番号8、9、10で火災が起きた場合だが、被害者はexit9につながる通路とexit9の前の通路の交差するところで煙に巻き込まれている。exit9 を利用する人は、容量、避難する際に最短路を優先するということから、店番号5、6、7、8、9、10にいる人である。しかし、店番号6、7にいる人にとって最も近い出口はexit6であり、exit9は二番目に近い出口である。容量の面からexit9 を利用していたが、ここでは、最も近いexit6のみを優先する。また、店番号5にいる人を最短路で避難させるためにexit9を使うということは、店番号5 にいる人を煙に向かって避難させることになる。したがって、店番号5にいる人はモデル図の下方向に避難させる。

ここまで述べてきた改善策を取ることによって、被害者が出ていた店番号で火災が起きた場合でも被害者が0人になるという結果が得られた。

6　混雑する時間帯における栄地下街からの避難

本章では、前章で得られた改善結果を踏まえてシミュレーションしていく。以下に、混雑する時間帯における栄地下街の初期人数を示す。上段がサカエチカ、下段が森の地下街の初期人数である。

表 1: 混雑する時間帯における栄地下街の初期人数

店番号	人数	店番号	人数	店番号	人数
1	303	7	447	13	503
	692		190		219
2	374	8	26	14	30
	204		170		177
3	48	9	548	15	159
	168		256		1200
4	195	10	14	16	61
	710		444		201
5	42	11	224	17	600
	456		243		552
6	446	12	297	18	-
	560		243		144
				合計	4317
					6829

6.1　実行結果と考察

結果は、サカエチカでは店番号8、12でそれぞれ164人、119人の被害者が出た。森の地下街では被害者が出なかったため、安全であると言える。被害者が出たところについて詳しく述べる。

店番号8、12のどちらの店舗で火災が起こった場合もその向かいの店舗にいる人が被害者になっている。また、その被害者はメインの通路に出るまでの通路で詰まってしまい、煙に巻き込まれてしまっている。これはどのように店員が誘導しても逃げ切ることはできない。したがって、被害者が出てしまった原因はサカエチカの構造に問題があるためと考えられる。

7　二ヶ所で火災が起きた場合の栄地下街からの避難

本章では、栄地下街内にある店舗の中で二つの店舗で同時に火災が発生した場合の避難のシミュレーションをし、建物の安全性を検証していく。初期人数は図1と図2を参照してもらいたい。

7.1　実行結果と考察

結果は、サカエチカ内、森の地下街内それぞれどの二ヶ所で火災が起きても被害者は出ることなく、栄地下街は安全であると言える。避難のシミュレーションをした際、たくさんの制約を設けた。二ヶ所で火災が起きた場合は一ヶ所で火災が起きたときより避難が難しくなり、店員の指示が重要となってくる。

8　おわりに

今回、ある時刻tでの最短路で避難することと、煙の進み具合を考慮した数理モデルを使い、栄地下街の安全性を検証した。その際、火災の発生場所によって、煙の進み具合より、ある時刻tでの最短路で避難することを優先する方がよい場合と、反対にある時刻tでの最短路で避難することより煙の進み具合を優先することがよい場合があった。以上のことを考慮した結果、一ヶ所で火災が起きた場合、二ヶ所で火災が起きた場合ともに被害者は出ず、安全であることが分かった。だが、混雑した状況では、森の地下街は安全であったが、サカエチカは構造上の問題から被害者が出た。しかし、現実的に考えて、これ以上栄地下街に出口の増設や、通路の幅を拡大することは望めない。

したがって、今後は防火シャッター等の防火設備を考慮した数理モデルについても研究を進め、栄地下街の安全性を検証していきたいと考えている。

参考文献

[1] 伯野卓彦：ビルにおける避難の数理モデル, 東京大学工学部計数工学科卒業論文(1989).

[2] 高倉昌司：JR岐阜駅における避難の数理モデル, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2005).

[3] 宮花亜希子：避難の数理モデル, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文(2003).