郵便局における待ち行列の改善

2003MM071 永田雅俊

指導教員: 伏見正則

1 はじめに

私たちの生活の中では病院、レストラン、切符売り場など様々な場合に待ち行列が発生する。その中でも今回は郵便局の待ち行列について考える。郵便局では窓口ごとに役割が分かれており、窓口の種類は郵便・切手・はがき・印紙の窓口と保険・貯金・為替の窓口に分かれているのが主流である。本論文では、一般の郵便局の窓口の形態に対して、窓口のサービスを統一した場合等、最も効率のいい形態を考察してみる。

2 記号の説明

- λ：全体の平均到着率
- λ_1, λ_2：郵便、保険窓口それぞれの到着率
- μ：全体のサービス率
- μ_1, μ_2：郵便、保険窓口それぞれのサービス率
- $P_n(t)$：時刻tで系の中にn人いる確率
- ρ：全体の窓口利用率
- ρ_1, ρ_2：郵便、保険窓口それぞれの窓口利用率
- L_{q1}, L_{q2}：郵便、保険窓口それぞれの待ち行列の平均の長さ
- W_{q1}, W_{q2}：郵便、保険窓口それぞれの平均待ち時間

3 問題の定式化

3.1 一般の郵便局の場合

郵便の窓口では一列に並び、空いた窓口でサービスを受けるものとする。保険の窓口では現在、整理券をとり呼び出された窓口でサービスを受けるのが一般的である。共に到着の仕方はランダム、つまりポアソン分布でサービスが指数分布に従い、客はどの窓口へ行ってサービスを受けてもよいが、全窓口がふさがっている時には、行列を作って待ち、どこか一つの窓口が空き次第、先着順にそこへ入ってサービスを受けるものとする。窓口の数はそれぞれs個なので図1のような$M/M/s$モデルが並列に並んだ合成待ち行列モデルとなる。

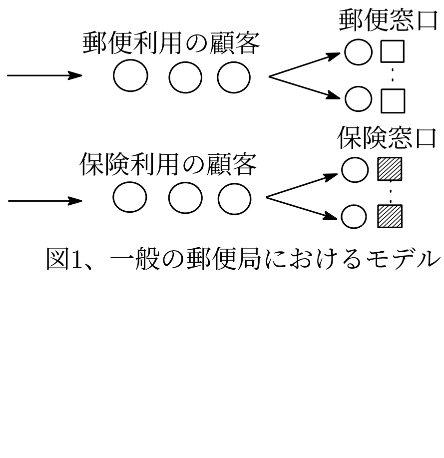

図1、一般の郵便局におけるモデル

・郵便の窓口における平均待ち時間W_{q1}、待ち行列の平均の長さL_{q1}は以下のようになる。

$$P_o = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\frac{\lambda_1^n}{\mu_1^n} + \frac{1}{S!}\frac{\lambda_1^s}{\mu_1^s}\frac{S\mu_1}{S\mu_1-\lambda_1}}$$

とすると

・待ち行列の平均の長さ

$$\begin{aligned} L_{q1} &= \sum_{n=s+1}^{\infty}(n-s)P_n \\ &= \frac{(\frac{\lambda_1}{\mu_1})^s + 1}{s!(1-\frac{\lambda_1}{s\mu_1})^2} \end{aligned}$$

・平均待ち時間

$$\begin{aligned} W_{q1} &= \sum_{n=s}^{\infty}(n-s+1)\frac{1}{s\mu_1}P_n \\ &= \frac{1}{s\mu_1}\frac{1}{s!}(\frac{\lambda_1}{\mu_1})^s\frac{1}{(1-\frac{\lambda_1}{s\mu_1})^2}P_0 \end{aligned}$$

・保険窓口における平均待ち時間W_{q2}、待ち行列の平均の長さL_{q2}も同様の式となる。

4 窓口の統一

4.1 到着率の合成

郵便窓口と保険窓口のサービスを受ける顧客の到着はそれぞれ独立なポアソン到着である。この時郵便窓口にx人、保険窓口にy人来るとすると系の中にn人来る確率は、

$$\begin{aligned} P_n(t) &= \sum_{x+y=n}^{n} P^{(1)}(x)P^{(2)}(y) \\ &= \sum_{x+y=n}^{n} \frac{(\lambda_1 t)^x}{x!}e^{-\lambda_1 t}\frac{(\lambda_2 t)^y}{y!}e^{-\lambda_2 t} \\ &= \frac{\{(\lambda_1+\lambda_2)t\}^n}{n!}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots) \end{aligned}$$

となる。この式は、$\lambda_1 + \lambda_2$のポアソン到着を表している。よって2つの独立なポアソン到着を合成させてできる到着率λは$\lambda_1 + \lambda_2$に従う。

4.2 サービス率の合成

単位時間でサービスを終えて系内から去る客は、$\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$の確率で郵便窓口のサービスを受け、$\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$の確率で保険窓口のサービスを受けている。２つの窓口のサービス率を合成させたものは、

$$\mu = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\mu_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\mu_2$$

となる。

4.3 窓口を統一し一列に並び、空いた窓口でサービスを受ける場合

窓口のサービスを統一し、図３のように一列に並び空いた窓口でサービスを受ける$M/M/s$モデルの場合を考える。平均待ち時間W_q、待ち行列の平均の長さL_qは3.1のモデルと同様の式となる。

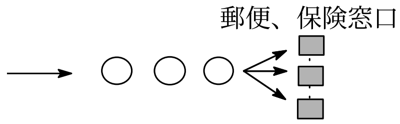

図2、窓口を統一した場合のモデル

5 実行結果

今回は地元にある安城郵便局で取ったデータを元に実行結果を求める。ここの郵便局では、曜日によって窓口の数が変わる事があるが基本的には郵便窓口が2 つ、保険窓口が4つの計6つの窓口が設置されている。

表１、安城郵便局のデータを一般の郵便局のモデルにあてはめた場合

	郵便窓口(s=2)	保険窓口(s=4)
λ_1, λ_2	0.71(人/分)	0.47
$s\mu_1, s\mu_2$	1.80(人/分)	0.56
ρ_1, ρ_2	0.400	0.82
L_{q1}, L_{q2}	0.14(人)	6.2647
W_{q1}, W_{q2}	0.21(分)	6.31

表2、窓口を統一した場合

	郵便、保険窓口(s=6)
λ	1.18(人/分)
$s\mu$	3.54(人/分)
ρ	0.33
L_q	0.01(人)
W_q	0.0076(分)

6 考察

表2では表１の一般の郵便局に比べ、待ち行列の平均の長さと平均待ち時間が減少し効果があることが分かる。しかしこの形態の窓口は、保険窓口と郵便窓口のサービス時間の差が大きい為、郵便窓口の顧客が待つことが増え、不満が出てしまう恐れがあるので決していい方法とはいえないだろう。

7 郵便窓口の局員が保険窓口の応援に行った場合

7.1 モデルの説明

このモデルでは、郵便窓口の局員が保険窓口に応援に行った場合どのくらいの効果があるのか調べる。移動後は保険窓口の顧客の待ちに空きがでたら郵便窓口に戻るとする。またここでは、安城郵便局のデータを当てはめるため郵便窓口は２つ保険窓口は４つとする。

7.2 モデルの解を求める

まず郵便窓口から保険窓口に応援に行き、郵便窓口が１つ、保険窓口が5つになった状態で、保険窓口に空きがでる時間を計算する。計算にはExcelでモンテカルロ法を用いる。シミュレーションを行う際に用いる条件は、次のようになる。

- 窓口にはすでに10人一列に並んでいる所からシミュレーションを開始する
- $M/M/s$モデルを使う
- 郵便窓口に応援に行った局員は、手が空いたら元へ戻る

Excelでのシミュレーションを繰り返し行った所、保険窓口に空きがでる平均時間は22.39分となった。次に保険窓口の応援に行っている間、郵便窓口は１つなので、２つの時に比べて影響がどれだけあるかシミュレーションすると表3のようになった。

表3、郵便窓口で22.39分に発生する待ち時間

	郵便窓口(s=1)	郵便窓口(s=2)
試行時間	22.39(分)	22.39
λ_1	0.71(人/分)	0.71
$s\mu_1$	0.90(人/分)	1.80
待ち時間の合計	18.48(分)	2.352

また保険窓口も同様に考えると次の表4のようになる。

表4、保険窓口を追加した場合

	郵便(s=1)	保険(s=5)	郵便(s=2)	保険(s=4)
試行時間	22.39(分)	22.39	22.39	22.39
λ_1, λ_2	0.71(人/分)	0.47	0.71	0.47
$s\mu_1, s\mu_2$	0.90(人/分)	0.70	1.80	0.56
待ち時間の合計	67.14(分)	15.48	19.98	75.82

8 考察

移動後の待ち時間の合計は82.62(分)、通常時の待ち時間の合計は95.8(分)という結果になった。よって一回応援に行くごとに全体の待ち時間が13.18(分)改善されたことになり効果があった。郵便窓口を１つにした場合の待ち時間の平均は1.32(分)で、待ち時間の合計の増加が著しいが特に問題はないと思う。しかし、特に郵便窓口が空いている時に行えば効果はより上がるだろう。

9 おわりに

本研究では、郵便局での待ちを軽減するためのモデルを考察した。窓口を統一した場合のモデルは少し問題点があったが、郵便窓口に顧客があまりいない時には使っても問題ないと思う。また郵便窓口の局員が保険窓口の応援に行った場合のモデルは効果があり役に立つと思うが、今回は郵便局の局員全員がすべての窓口の受付ができるものとしているため、実際にはそうはいかない郵便局もあると思われる。

参考文献

[1] 牧野都治(1992)、「待ち行列の応用」、森北出版。

[2] 桐山光弘(1997)、「待ち行列がわかる本」、日刊工業新聞社。

[3] 大野勝久(2005)、「Excelによる経営科学」、コロナ社。