

ロバスト制御設計に基づく磁気浮上システムの安定化

2002MM104 豊田 洋輔
指導教員 高見 勲

1 はじめに

万博までのアクセスとして利用されていたリニモは、磁気浮上システムの上から吸引するドイツ式の方法を用いている。下から浮上させる方法は安定であるが、リニモのように上から吸引する方法は不安定である。不安定な物体をいかに安定にするかは、制御屋の腕の見せ所である。よって、本研究では、磁気浮上装置の円盤上の磁石を、上部のコイルから電圧をかけることにより、指定した目標値(高さ)に安定して浮上させる制御器を設計することを目的とする。さらに、ロバスト制御の代表的手法であり、現代制御の中でも比較的新しい H_∞ 制御を用いて制御器を設計する。

2 システム同定

磁気浮上システムは物理的な法則によって、式 (1) で与えられる [1]。

$$F = \frac{u}{a(y+b)^4} \quad (1)$$

ただし、 F をコイルが磁石に及ぼす力、 u をコイル電圧、 y を磁石とコイルの距離、 a, b を定数とする。

2.1 最小二乗法とニュートン法によるシステム同定

最小二乗法とは、誤差 ϵ_i の二乗の総和が最小となる a, b を求めることである。評価関数 L は

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (u_i - Fa(y_i + b)^4)^2 \quad (2)$$

である。ここで、2 次関数の極値条件より $\frac{\partial L}{\partial a} = 0, \frac{\partial L}{\partial b} = 0$ を解くために、さらにニュートン法を用い、MATLAB で a, b を求めると、 $a = 30539.87[\text{V}/\text{Nm}^4], b = 0.08275[\text{m}]$ となる [2]。

3 線形化

3.1 磁気浮上システム (磁石 1 枚)

磁気浮上システムの数学モデルを決定する。磁気浮上システムで磁石はコイル、重力、摩擦から受ける力により動作する。図 1 に磁気浮上システムの磁石に作用する力を示す。

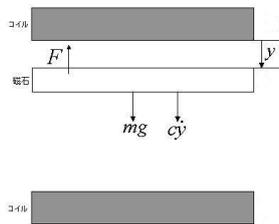


図 1 磁気浮上システムの磁石に作用する力

図 1 において、磁石が上部のコイルに及ぼす力を $F[\text{N}]$ 、上部のコイルと磁石の距離を $y[\text{m}]$ 、磁石の質量を $m[\text{kg}]$ 、重力加速度を $g[\text{m}/\text{s}^2]$ 、磁石とガラスロッドの間の動摩擦係数を $c[\text{kg}/\text{s}]$ とする。また、動摩擦係数は、 $c = m\beta$ とする。

3.2 伝達関数の決定

運動方程式は

$$m\ddot{y} + c\dot{y} = -F + mg \quad (3)$$

となる。さらに、テーラー近似を用いると、制御対象の伝達関数は

$$G(s) = \frac{2.643}{s^2 + 4.603s - 128.1} \quad (4)$$

となる。

4 H_∞ 制御

4.1 一般化プラントと重み関数の決定

図 2 に重み関数の周波数応答と一般化プラントを示す。

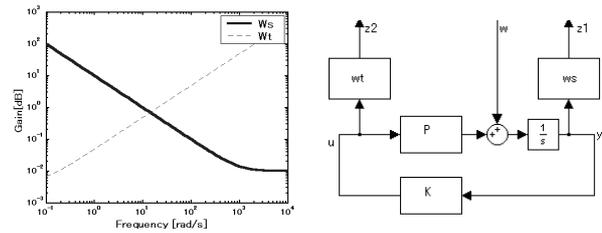


図 2 左: 重み関数の周波数応答, 右: 一般化プラント

試行錯誤の結果、重み関数を図 2 の左図のように決めた。右上がりの破線は相補感度関数の重みを示しており、右下がりの実線は感度関数の重みを表している。相補感度関数の重みを $W_t(s) = \frac{10s+1}{0.01s+200}$ 、感度関数の重みを $W_s(s) = \frac{10(0.001s+1)}{s+0.001}$ と決めた。また、一般化プラントを図 2 の右図のように決めた。しかし、ここで標準 H_∞ 制御の仮定の 1 つである、 D_{12} は列フルランク、かつ D_{21} は行フルランクを満たさなければならない。前者は満たしているが、後者はセンサ側に外乱が入っていないために満たしていない事が分かった。さらに、式 (5) の行フルランクも満たさなければならない [3][4]。

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \quad (5)$$

そこで、調べてみると、6 行 6 列でランク 6 となり、仮定を満たしているが、特異値分解をすると、数値的にランクがおちている状態に近い値があった。よって、今回は D_{21} が行フルランクと式 (5) の行フルランクを満たしていないという問題があり、図 3 に示したような w_2 の仮想的な観測ノイズを導入した。状態空間表現は

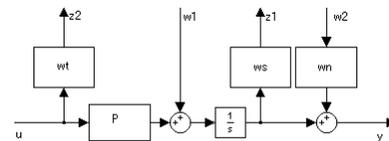


図 3 仮想的な観測ノイズを導入した一般化プラント

$$\begin{cases} \dot{x}_{aug} = Ax_{aug} + B_1w_{aug} + B_2u \\ z_{aug} = C_1x_{aug} + D_{11}w_{aug} + D_{12}u \\ y = C_2x_{aug} + D_{21}w_{aug} + D_{22}u \end{cases} \quad (6)$$

と表せる。ただし

$$x_{aug} = [x_t \quad x \quad x_s \quad x_i]^T, w_{aug} = [w_1 \quad w_2]^T, z_{aug} = [z_1 \quad z_2]^T$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_t &= A_t x_t + B_t u & \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s x_i & \dot{z}_1 &= C_s x_s + D_s x_i \\ \dot{z}_2 &= C_t x_t + D_t u & y_{aug} &= \varepsilon w_2 + x_i \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_s & B_s \\ 0 & C & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_t \\ B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_s & D_s \\ C_t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_t \end{bmatrix}$$

$$C_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1], D_{21} = [0 \ \varepsilon], D_{22} = [0]$$

とする．すると， D_{21} は行フルランクを満たし，さらに式 (5) を特異値分解をすると数値的にランクがおちている状態に近い値はなくなった．これを MATLAB/Simulink^{*1} で解き，図 4 にステップ入力を加えた時の目標値応答を示す．

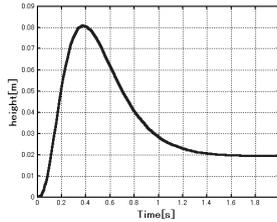


図 4 目標値応答

4.1.1 比較・考察 (1)

積分器コントローラを導入して効果はあったが，まだ若干オフセットが残る．さらにはオーバーシュートがかなりある．また整定時間を短縮する必要がある．これらをすべて改善するために，重み関数をもう 1 度見直す必要がある．

4.2 重み関数の再決定

オフセットを残さないように，重み関数を見直す．ここで，相補感度関数を右にシフトすると，制御したい周波数帯域を広げることになるので，より高周波の信号に追従できると考えられる．よって，相補感度関数の重みを $W_t(s) = \frac{10s+1}{0.1s+2000}$ ，感度関数の重みを $W_s(s) = \frac{10(0.001s+1)}{s+0.001}$ と決めた．図 5 に目標値応答と入力電圧を示す．

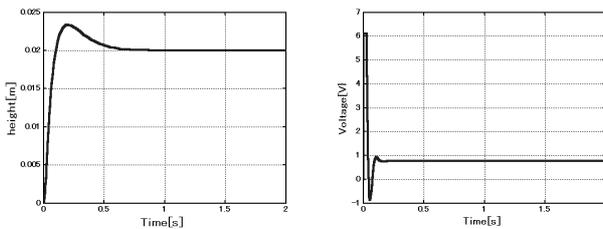


図 5 左：目標値応答，右：入力電圧

4.2.1 比較・考察 (2)

図 5 の左図の結果から，相補感度関数を右にシフトすると，制御したい周波数帯域を広げることになるので，より高周波の信号に追従できるということは立証された．しかし，整定時間は早くなったが，その分制御入力が高くなり，ハイゲインコントローラが設計された．図 5 の右図を見て分かるように，いきなり，磁気浮上装置の限界電圧である 6.1[V] が入っている．実験をしてみると，案の定，高い電圧が入り，上のコイルに貼りついてしまった．よって，さらに重み関数を見直す必要がある．また，図 2 の右図の一般化プラントをもう一度考えると，積分器コントローラの後ろに感度関数があるので，定数の方が好ましいと考えられる．さらに，実験をしてもうまく浮かないため，制御対象をアッカーマンの極配置法を用いて安定化する

[5]．そして，それを拡大系として考え H_∞ 制御を用いてコントローラを求める．よって，これらを踏まえた上で，重み関数の決定，シミュレーションをする．感度関数を定数にし，さらにハイゲインコントローラが設計されないように試行錯誤の結果重み関数を決定する．

4.3 重み関数の再々決定

相補感度関数の重みを $W_t(s) = \frac{0.001s+0.08}{2s+0.06}$ ，感度関数の重みを $W_s(s) = 1$ と決めた．アッカーマンの極配置法により，極を $-3-4j, -3+4j$ に指定した時のフィードバックゲインは $K = -57.9102, -0.5284$ とした．図 6 に目標値応答と入力電圧を示す．

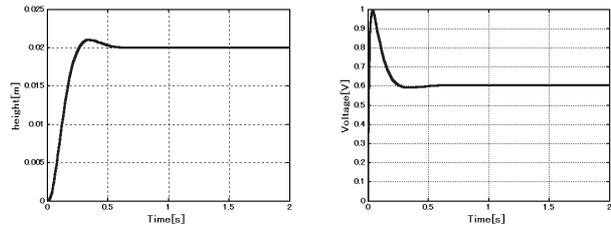


図 6 左：目標値応答，右：入力電圧

4.3.1 比較・考察 (3)

図 6 の左図より，アッカーマンの極配置法を取り入れたことにより，図 5 の左図と比較すると，オーバーシュートが減っているのが分かる．さらに，図 6 の右図を見ると，初めに入る電圧が 1.0[V] とハイゲインコントローラではなくなった．よって，かなり良い波形が出たと考えられる．

4.4 実験

4.3 節で求めたコントローラを，磁気浮上装置に取り入れ，実装した．図 7 に目標値応答を示す．

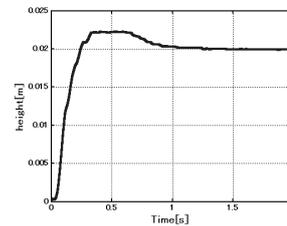


図 7 目標値応答

5 おわりに

図 7 の実験での目標値応答と，図 6 の左図のシミュレーションでの目標値応答を比較すると，オーバーシュートが大きくなり，さらには，整定時間も遅くなっている．これらは，その日の気温や湿度，また実験を繰り返すことにより，ガラスロッドの動摩擦力が変化することによって起こっていることだと考えられる．さらに，立ち上がりのむだ時間が多少ある．これは，シミュレーションでは静止摩擦力を考慮していないことと，実験上ではシミュレーションに比べ，電圧が上がる速度が遅いからだと考えられる．さらには，オーバーシュートの頂上が平らになっているが，それも静止摩擦力の影響である．以上の問題点はあるが，理論とその有効性が妥当であることは証明できた．

参考文献

- [1] 石川和宏，大橋勇太：磁気浮上建造システムのモデル同定と制御の高度化，南山大学数理情報学部数理科学科論文 (2004)
- [2] 川田昌克，西岡勝博：MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学，森北出版 (2001)
- [3] 細江繁幸，荒木光彦：制御系設計，朝倉書店 (1994)
- [4] 野波健蔵，西村秀和，平田光男：MATLAB による制御系設計，東京電機大学出版 (1998)
- [5] 吉川恒夫，井村順一：現代制御論，昭晃堂 (1994)

*1 MATLAB/Simulink は米国 the Math Works 社の登録商標